

TROISIEME PARTIE

PHENOMENES HUMAINS ET STRUCTURES FORMELLES.

INTRODUCTION DU PARADIGME DU TRANSFINI

"Le qualitatif, en effet, est incompatible avec la précision de la mesure. <...> La qualité peut être ordonnée mais non mesurée."

A.Koyré [1]

"Et cependant j'ai mon infini... que je sens."

P.Valéry [2]

CHAPITRE XII

LA QUESTION DE LA FORMALISATION DES PHENOMENES HUMAINS.

PRESENTATION

1. INTRODUCTION

1.1. Les deux premières parties de ce travail ont donc été consacrées à l'analyse de concepts disciplinaires déterminants pour la caractérisation des "objets" scientifiques de ces disciplines ainsi qu'à celle, plus globale, de l'anneau lui-même et des conséquences que l'on pouvait tirer de ces catégorisations et comparaisons au-delà des secteurs proprement disciplinaires. Nous avons souligné, à la faveur de ces analyses, la difficulté particulière qu'il y avait à la construction des objectivités relatives aux disciplines de sciences humaines et sociales (ce qui nous a d'ailleurs conduit à privilégier les contributions apportées par l'étude des sciences exactes ou naturelles - mathématiques, physique et chimie, biologie -). Mais en même temps nous avons postulé qu'il était concevable et souhaitable que des formalisations et mathématisations viennent contribuer à la constitution des objets des sciences humaines et sociales, au-delà même de ce qu'a déjà pu apporter l'approche structurale dans ces domaines. C'est une tentative en ce sens que nous proposons dans cette Troisième Partie dans l'esprit et la perspective définis à la fin du chapitre précédent (chapitre XI).

Bien entendu, il n'est nullement assuré que cette tentative se révèle assez adéquate et opératoire pour pouvoir être retenue, ultérieurement, dans la formation et le développement de ces secteurs disciplinaires : il nous manque pour pouvoir en juger d'être suffisamment au fait du contenu détaillé et des méthodes fines de ces sciences ; il nous manque surtout de les exercer en profondeur. Nous pensons néanmoins qu'il peut être utile de livrer au débat et au jugement des spécialistes, des idées et orientations suscitées par certaines des problématiques que nous avons pu percevoir.

1.2. Cette introduction a moins pour objet de présenter la nature précise de l'entreprise - nous y consacrerons tout le prochain chapitre - que d'essayer de la mettre en perspective et de dégager les présupposés théoriques et conceptuels qui en forment le cadre de référence.

Un de ces présupposés n'est que l'application conjoncturelle du postulat que nous avons formé de l'unité de la rationalité humaine, que les objets à propos desquels elle s'exerce soient ceux qu'elle

construit dans les sciences des phénomènes naturels, ou qu'ils soient ceux qu'elle s'efforce de construire dans le domaine de l'étude scientifique des phénomènes humains.

En effet, conformément à l'orientation que nous exposée et défendue jusqu'ici, une des hypothèses fondamentales qui ont guidé ce travail peut se formuler ainsi : nos modes rationnels de catégorisation du réel, nos démarches constitutives d'intelligibilité scientifique, nos procédures de construction d'objectivité théorique, correspondent à des structures *cognitives* profondes, à des modes de raisonnement fondamentaux qui, en dernier ressort, ne dépendent pas de la nature des phénomènes étudiés, pourvu que cette étude cherche à s'inscrire dans le cadre d'une rationalité scientifique.

Cela ne signifie certes pas, à nos yeux, que toutes les modalités de leurs manifestations et de leur développement soient acquises d'emblée et de façon an-historique, relativement à l'histoire humaine et aux transformations culturelles qui l'accompagnent. Sur ce point, il nous semble, plutôt, qu'à l'instar de ce qui se produit par exemple dans le domaine de la compétence linguistique (par contraste avec la performance dans une ou plusieurs langues particulières), ce qui se trouve déterminé par la nature du substrat génétique et biologique renvoie à des aptitudes et non à des contenus substantiels fixés *a priori*. Si, à leur niveau génétique et biologique, demeurent invariantes et déterminées les structures qui permettent à des formes de raisonnement et de pensée de s'élaborer et de se réaliser à un autre niveau - ce qui nous permet sans doute de bénéficier d'une certaine cumulativité des acquis de type scientifique ou, plus généralement, rationnels -, ce sont de fait l'histoire et la culture qui actualisent ces aptitudes dans des réalisations évolutives, innovatrices et progressives, dont témoigne par exemple l'histoire de la logique.

Mais nous considérons qu'une fois un mode de raisonnement mis au point et approprié culturellement par une civilisation, il n'y a aucune raison pour qu'il voie son domaine d'utilisation limité *a priori* par des barrières disciplinaires (pour autant, évidemment, que les connaissances aient pu effectivement diffuser entre secteurs de connaissances) ; il peut se révéler efficace comme opérateur de catégorisation de toutes les facettes du réel que l'on cherche à scientifier (quasi-indépendamment du contenu propre des catégories en question pour autant que celles-ci ne renvoient pas encore aux invariants cognitifs plus profonds que nous avons évoqués). Ainsi en va-t-il du statut de la preuve, des procédures de déduction comme telles, ou d'induction, ou de raisonnements par l'absurde, et ce, quelles que soient les controverses sur les valeurs de validation qu'on leur confère (par exemple, lorsqu'il s'agit d'existence effective - constructible -, ou non, d'entités mathématiques). Ainsi en va-t-il, sans doute, aussi, au niveau des représentations théoriques, des principes régulateurs qui régissent les rapports entre unité et multiplicité, entre diversifications et unifications, tels qu'on les observe à l'oeuvre dans les diverses disciplines (*cf.* sur ce point les détails et remarques du chapitre XVII).

Une seconde hypothèse, qui vient compléter la première, consiste à poser que c'est dans les structures formelles les plus abstraites des mathématiques, de la logique, de la théorie des ensembles, de la théorie des modèles, de la théorie des catégories (au sens technique, logico-mathématique, du terme) que se constituent et se révèlent ces structures de la réflexion et de la pensée rationnelles, qui opèrent dans l'ensemble des secteurs de connaissance scientifique, à un moment donné de leur développement.

Le développement des disciplines des sciences de la nature, tout en restant étroitement lié aux moyens techniques d'expérimentation et d'observation et donc à la nature de leurs objets (exigence de la vérité-adéquation), dépend aussi fortement de l'élaboration de ces structures de raisonnements et des objets théoriques qui leur sont associés (exigence de la vérité-cohérence). En témoignent les développements exemplaires de la physique, mais aussi, plus récemment, ceux de la biologie (ne serait-ce, par exemple, qu'à travers les démarches traitant de la complexité comme telle ou de l'auto-organisation).

En effet, nous voulons souligner le fait que toutes ces théories formelles abstraites, mathématiques et logiques, ne se contentent pas de nous renseigner sur la nature, l'organisation et le "fonctionnement" des objets qu'elles créent et se donnent à étudier, ni, non plus, ne se contentent de

mettre à notre disposition des instruments de formalisation, de modélisation et d'analyse. Elles nous renseignent aussi sur nos propres façons de penser et de raisonner, sur l'état et le développement de ce que nous considérons comme des structures d'intelligibilité, sur les rapports que nous entretenons, de façon évolutive toujours, avec les statuts de l'explication, de la démonstration, de la preuve.

A ce titre, leur intervention dans un essai de compréhension théorique du secteur disciplinaire des phénomènes humains comme tel, à côté et en plus des disciplines proprement dites que sont la sociologie, la psychologie, l'anthropologie, l'ethnologie, la linguistique, l'histoire, les sciences juridiques ou économiques..., ne saurait surprendre. Il faudrait même considérer que leur absence - pour autant que leur portée soit aussi universelle que nous le pensons en tant que constitutive des conditions de possibilité de la scientificité - risquerait plutôt d'être une indication alarmante quant à l'effectivité de la constitution d'objectivité théorique de ces secteurs. Sans pour autant dénier le moins du monde leur spécificité, ni considérer que leurs objectivités, comme nous le verrons très largement dans toute la suite, sont réductibles, ni même comparables, à celles que les études des phénomènes naturels amènent à construire¹.

2. PRESENTATION ET MISE EN PERSPECTIVE

2.1. Comment dire ? D'une certaine façon il s'agit de prendre au sérieux le concept d'**infini** au-delà de son secteur habituel de fonctionnement. C'est-à-dire de le prendre non seulement comme produit conceptuel d'une activité théorique dans le domaine des mathématiques et de la logique, ce qui est acquis depuis longtemps (et même de diverses façons, nous le verrons), mais aussi, ce qui est moins fréquent et sûrement plus osé, comme *catégorie descriptive et explicative* pertinente, voire comme cadre de *construction d'objectivité* pour des phénomènes, et tout particulièrement des phénomènes humains. Bien sûr, sans même aller jusqu'à invoquer l'histoire de la théologie, l'usage du concept d'infini dans le secteur des phénomènes humains n'est pas nouveau ; il présente, en effet, des aspects philosophiques séduisants, mais la plupart du temps cet usage laisse de côté la rigueur et la technicité propres du concept au profit d'une utilisation métaphorique ou d'une saisie intuitive peu contrôlée. Par contraste, nous voudrions soutenir que l'on peut recourir, dans ce domaine des phénomènes humains, à l'usage logiquement et mathématiquement le plus précis et le plus rigoureux de l'infini, en y trouvant non seulement un gain en intelligibilité, mais aussi la source de bonnes raisons théoriques pour la construction d'une objectivité corrélative de ces phénomènes.

Ces raisons théoriques seront essentiellement fondées sur la précision et l'exactitude des concepts ensemblistes et de leur utilisation dans le cadre du *transfini* cantorien. Car c'est bien du *paradigme du transfini* ensembliste, avec ses catégories, ses raisonnements, ses propriétés (cardinalités, nombres ordinaux, types d'ordre,...), qu'il s'agira, lorsque nous chercherons à utiliser l'infini. Cette précision est nécessaire car nous savons (*cf.* l'analyse proposée au chapitre IX des discours de l'infini - transfini et non standard -) qu'il n'y a pas qu'une manière de traiter rigoureusement de l'infini. Rappelons seulement ici que la maîtrise de l'infini que propose le paradigme du transfini est surtout de type conceptuel et rationnel, référé principalement à une problématique de *cohérences* (bien loin de la question d'une quelconque *adéquation*). Il n'est pas sans intérêt (ni sans ironie, si l'on prend un certain recul) de trouver avec les phénomènes humains des corrélats possibles à ces idéalités mathématiques hautement abstraites ; c'est ce que nous allons rechercher en tentant de trouver dans les objets transfinitaires et leurs propriétés de calcul, par-delà des cohérences, des éléments d'adéquation à une objectivation des phénomènes humains.

2.2. Avant d'en venir au vif du sujet, il nous faut, pour éviter trop d'équivoques, procéder à une sorte d'"avertissement" ou de mise au point à propos de la délimitation de notre champ d'investigation et de

¹ Une première version du texte de cette TROISIEME PARTIE a été rédigée en 1984 et a circulé, pour avis, auprès de quelques spécialistes. Je tiens à remercier le professeur H. Atlan pour avoir bien voulu lire ce texte et m'avoir encouragé à poursuivre cette entreprise, ainsi que pour en avoir fait état dans son ouvrage : *A tort et à raison* (Seuil 1986). Je remercie aussi très vivement le professeur G-G. Granger qui a bien voulu s'intéresser à cette tentative et qui m'a offert l'occasion d'en présenter les grandes lignes lors d'une séance de son Séminaire (mai 1989).

la terminologie que nous utiliserons. En effet, se pose d'emblée une difficile question de vocabulaires et de concepts.

Ceux de la théorie des ensembles ne prêtent pas à confusion : ils sont stricts et rigoureux : cardinaux, types d'ordre, puissances d'ensembles, etc., sont des concepts et termes techniques bien définis et pratiquement invariants d'une référence à l'autre, d'un ouvrage à l'autre [3], [4]. De leur côté, suivant les disciplines, voire les sous-disciplines, les sciences humaines et sociales utilisent des termes identiques dans des acceptions différentes ou, au contraire, des dénominations différentes pour des concepts très voisins. Ce n'est pas que chaque discipline n'ait pas son vocabulaire technique et précis, c'est que ce vocabulaire n'est pas fixe d'un secteur à l'autre et qu'il se révèle polysémique selon les secteurs de référence.

Pour éviter trop d'ambiguïtés et de malentendus, il s'avère donc nécessaire de préciser les significations et connotations des termes principaux que nous utiliserons (sans les rapporter obligatoirement, à ce stade, à certaines acceptions techniques de telle ou telle spécialité). Ces précisions nous permettront en même temps de procéder à une première mise en place approximative de la topologie que nous souhaitons structurer et explorer.

- Nous commencerons par délimiter ce que nous appellerons le **champ** de notre analyse. Il s'agira des *phénomènes humains* ; nous les caractérisons comme manifestations des activités humaines (quelles qu'elles soient) en tant qu'objets d'étude, c'est-à-dire en tant que faits potentiels ou constitués. S'en trouve donc exclue toute connotation générale de "condition humaine" en tant qu'elle implique actes de création et devenir, c'est-à-dire en tant qu'elle se présente comme exercice de liberté. S'en trouve aussi exclu tout phénomène naturel, dans la mesure où il n'interviendrait pas dans la communication et les relations humaines, c'est-à-dire qui ne serait pas interprété et doté de "signification" dans ce but.

- Dans le champ ainsi défini nous distinguerons trois **domaines**, renvoyant à une tripartition de l'expérience humaine :

(i) Le domaine de l'*expérience existentielle* : il correspond à la part proprement relationnelle des phénomènes humains, au sens des rapports inter-humains empiriques (pour le point de vue objectif) et vécus (pour le point de vue subjectif), où intervient une reconnaissance mutuelle, qu'il s'agisse d'individus ou de collectivités. S'en trouve donc exclue toute connotation d'abstraction intellectuelle, conceptuelle ou spirituelle, d'une part, et, d'autre part, ce qui se réduit à des rapports plus ou moins automatiques et mécaniques, qui n'exprimeraient qu'unilatéralité.

(ii) Le domaine de la *maîtrise* : il correspond à l'exercice des procédures de domination par des humains sur leur environnement ou sur d'autres humains en tant que ces derniers sont réifiés ou instrumentalisés, c'est-à-dire en tant qu'ils sont dépourvus de la reconnaissance relationnelle telle qu'elle conditionne l'expérience existentielle et s'y exprime.

(iii) Le domaine du *pensé* : il correspond à la partie spéculative des phénomènes humains, où s'exercent l'abstraction et la réflexion, où trouvent place la compréhension et l'explication (précisons d'emblée qu'il ne s'agit pas d'un secteur d'"idées" platoniciennes : ces abstractions ne sont pas séparées des phénomènes humains, elles en sont constitutives et ne les subordonnent pas).

- Dans les domaines, on distinguera le jeu de plusieurs **catégories** fondamentales. Pour ne pas alourdir inutilement la présentation, nous en préciserons la nature et le jeu interactif au fur et à mesure de leur mise en place et de leur utilisation. D'autant que par leur spécification nous commencerons à sortir du formel pour évoquer un contenu relatif à la caractérisation des expériences humaines et qu'il conviendra d'argumenter, de façon plus détaillée, nos choix à cet égard. Indiquons seulement que :

(i) chaque domaine ne comprendra pas le même nombre de catégories (le domaine du pensé en comprendra trois, celui du relationnel six et celui de la maîtrise une seule, qui déterminera donc complètement ce domaine).

(ii) dans le domaine du relationnel chaque catégorie sera appelée à se dichotomiser en deux "points de vue" selon que nous considérerons son activité du point de vue du sujet lui-même (caractère d'engagement dans l'activité catégoriale) - que ce sujet soit agent ou patient, individuel ou collectif - ou selon que nous la considérerons d'une façon plus objective, relativement aux opérations par lesquelles cette activité se manifeste (caractère opératoire de cette activité).

Après ces mises en place préliminaires¹, essayons de situer la nature de notre entreprise de façon plus précise.

2.3.1. "Galiléiser" les phénomènes humains... Mais quelle mesure introduire, quelle "numération" qui leur seraient vraiment adéquates ?

"... *Chacun en a sa part et tous l'ont tout entier*"

ou :

"... *Un seul être vous manque et tout est dépeuplé.*"

Comment, en admettant qu'il y a bien là une vérité qui s'énonce, prendre en compte ce qu'exprime le poète sans pour autant disconvenir à la rigueur de la logique, ni à la rationalité de la pensée, même si c'est le sentiment qui semble s'y trouver principalement engagé ? Parallèlement, comment se mettre en situation de pouvoir non seulement traiter du qualitatif, des qualités, mais aussi, vraiment de calculer avec elles ? Une démarche qui chercherait à s'y frotter - et c'est bien ce que nous voulons proposer - devrait répondre à bien des conditions en même temps :

- Pouvoir prendre ses assertions (ses hypothèses) chez des "experts" en la matière : écrivains, poètes et, pourquoi pas, politiques, idéologues. Mais pouvoir aussi répondre à ce que l'on peut trouver en soi-même ou dans ce fond collectif quasi-inépuisable que constituent les traditions dans les significations qu'elles transmettent.

- Pouvoir intégrer dans ses analyses des aspects décrits comme purement qualitatifs, voire brumeux ou semblant échapper à l'approche rationnelle usuelle. Mais exiger néanmoins une rationalité et une rigueur qui les rendent contrôlables, vérifiables, réfutables : ne plus s'en tenir à des opinions, mais pouvoir travailler sur des propriétés.

- Ne pas réduire pour autant ses objets d'étude à une réification ou à des mécanismes; c'est-à-dire ne pas pouvoir se prêter à une correspondance directe, ni même quelque analogie immédiate, avec des objets, des instruments, des phénomènes naturels. Echapper, donc, aux représentations naturalistes sans pour autant perdre l'exactitude, aux critères des calculs quantitatifs habituels sans pour autant renoncer à la calculabilité comme telle, aux jeux des limitations physiques sans pour autant disconvenir aux exigences de l'abstraction logique et mathématique.

S'agit-il d'une exigence de scientificité appliquée à un domaine particulier ? De recherche de rationalité, en tout cas, qui se manifeste par un essai de mathématisation et de mise en forme logique. D'où ce verbe barbare, mais évocateur : "galiléiser", verbe qui connote, rappelons-le, non seulement une volonté d'objectivation et d'intelligibilité mais aussi une visée et un effet d'émancipation humaine.

En tout état de cause, nous cherchons à nous situer du côté de la construction et du traitement de faits objectifs, c'est-à-dire de la scientificité. Cette précision nous paraît nécessaire car, s'agissant des phénomènes humains, de leur interprétation, de leur compréhension, voire de leur orientation, on rencontre au moins deux attitudes, qui d'ailleurs peuvent s'articuler sans contradiction tant leurs fins et leurs rôles sont différents. Rappelons ici les distinctions que nous avons introduites. D'un côté la science construit des faits, les objectivise et aboutit à la connaissance théorique de phénomènes élaborés. Cette connaissance est historiquement et conceptuellement cumulative. D'un autre côté, ce

¹ Cette tripartition traditionnelle (cf. par exemple, J. Zacklad, *Essai d'ontologie biblique*, Mouton, La Haye, 1964) de l'expérience humaine peut évoquer - de très loin, évidemment, tant les niveaux considérés sont éloignés - la trichotomie (phylogénétique et fonctionnelle) de ce que Mac Lean a appelé le cerveau triunique. Ce point sera brièvement abordé et discuté en remarque annexe au chapitre XIV.

que l'on a convenu d'appeler sagesse s'appuie sur un savoir, parfois réflexif, souvent plus ou moins implicite, de la condition humaine, de ses manifestations, des conduites et comportements individuels et collectifs. Ce savoir, relatif essentiellement à des normes et à des valeurs socialement produites, n'est pas à proprement parler historiquement cumulé ; il est plutôt traditionnellement transmis et ajusté, sans que l'on puisse aisément distinguer (comme dans le cas de la connaissance scientifique) des acquis irréversibles.

Pourtant, sur ce plan de la compréhension des phénomènes humains, de nombreuses tentatives ont été faites dans le passé pour parvenir à quelque objectivité, tentatives dans lesquelles l'analyse du langage d'une part - en tant qu'instrument de communication, mais aussi en tant que support et producteur de représentations -, et l'analyse du droit, d'autre part - en tant que producteur de normes et que révélateur de valeurs -, ont joué un rôle essentiel, notamment chez les philosophes. Jusqu'au développement des formalismes logiques et mathématiques qui conduisirent à de si grands succès pour les sciences de la nature, succès que l'on a souvent essayé de rééditer en appliquant ces disciplines à l'analyse et à la théorisation des phénomènes humains¹.

2.3.2. La question se pose donc : Comment situer notre entreprise par rapport à d'autres démarches de mathématisation ou de formalisation relatives aux sciences humaines ? Pourquoi recourir à la théorie des ensembles et à ce que nous avons appelé le paradigme du transfini ?

Soulignons d'abord qu'il ne s'agit évidemment pas de ce que l'on désigne usuellement par "mathématisation dans les sciences humaines ou sociales", qui recouvre le plus souvent la transposition de moyens et de procédures mathématiques rapportées à des techniques formelles classiques (algèbre, analyse, probabilités, etc.) et qui n'engagent, comme le plus souvent dans les sciences de la nature, que des mesures finies. Non, il est question de transposer non pas des méthodes et des techniques, mais l'acte même du "coup de force" effectué par la mise en rapport des phénomènes naturels avec les grandeurs mathématiques et leurs calculs, acte qui constitua comme telles les sciences de la nature (la physique, du moins) : ce qui se révéla lorsque l'on comprit que, essentiellement et fondamentalement, dans la chute des corps, les distances parcourues étaient aux durées écoulées comme la "somme des impairs" (les carrés). Pour tenter de faire pendant à cette physique nous envisagerons, par la mise en rapport avec le transfini, de constituer, similairement, l'autonomie formelle et mathématisée de ce que l'on pourrait appeler une "*anthropique*"².

Ce n'est nullement renoncer à tous les acquis des schématisations qui, dans la plupart des cas, ont permis l'obtention des résultats les plus solides et des analyses les plus fécondes. Notamment les acquis des approches structuralistes, qui tendent à traiter des rapports humains en termes que l'on pourrait qualifier de *topologiques* [5] (en particulier à travers la mise en forme diagrammatique ou l'utilisation de graphes). Par rapport à ces méthodes, et pour poursuivre la métaphore, l'approche que nous proposons serait à comparer à une "algèbre" ou à une "analyse", qui permettraient de dégager des propriétés *métriques* et des moyens de calcul sur les quantités que l'on pourrait alors associer aux "qualités" considérées. Il ne s'agit donc nullement de substituer une démarche à une autre, mais bien d'essayer d'articuler des approches différentes en vue de dresser un tableau plus complet et, si possible, d'élaborer une théorie plus satisfaisante. Il conviendra donc de nourrir la double exigence de l'adéquation aux propriétés d'ensemble et de la correspondance aux propriétés de graphes. Néanmoins nous n'aborderons pratiquement pas ce dernier aspect : il constitue en effet un énorme acquis et il serait ridicule de prétendre le résumer ou même, plus simplement, de prétendre pouvoir l'utiliser dans toute sa richesse et sa variété. La majeure partie de ce qui va suivre aura donc pour but d'argumenter le bien-fondé de notre recherche particulière, d'en présenter et discuter les principes, d'en analyser les

¹ Citons en matière de grammaire et de logique : dans l'Antiquité, Aristote ou les stoïciens ; plus tard les scolastiques puis Port-Royal ; puis le souci de caractéristique universelle de Leibniz en vue de résoudre les conflits ("*calculemus*"), les débouchés sur les systèmes formels "non métaphysiques" (logique mathématique, logique modale, sémantique formelle, etc.) avec Frege, Russell, Carnap, Lesniewski, Lukasiewicz, Tarski... ; jusqu'à la moderne philosophie du langage ; et dans un autre registre les très récentes approches philosophiques d'A. Badiou (*L'être et l'événement, Le Nombre et les nombres*).

² Sans allusion, ici, à ce que certains désignent actuellement, pour expliquer les valeurs de certaines constantes de la physique, sous le terme de "principe anthropique".

premiers résultats, de fournir des exemples qui pourront eux-mêmes faire l'objet d'approfondissements et de développements ultérieurs.

Précisons dès maintenant, pour le souligner, le fait que les mises en correspondances proposées n'engagent pas nécessairement une position épistémologique ou philosophique quant à la signification des morphismes qu'elles révèlent ou des calculs qu'elles permettent (pas plus en tout cas, qu'une telle position ne se trouve engagée, au départ, dans l'établissement des rapports entre phénomènes physiques et structures mathématiques). Ce n'est qu'en un second temps, réflexif par rapport au premier, que pourront se poser ces questions d'interprétation et de signification à propos de la nature et du rapport des objectivités qui auront pu être constituées. Bien que guidé par des considérations conceptuelles et des présupposés théoriques, le premier acte se veut principalement technique.

2.4.1. C'est dans cet esprit que nous allons définir plus précisément le cadre de référence dans lequel nous nous placerons : il s'agira de la théorie des ensembles ZFC (Zermelo-Fraenkel avec axiome du Choix), d'une part, et d'autre part la théorie des modèles fondée sur cette théorie des ensembles. Bien entendu nous ne nous limiterons pas étroitement à la prise en considération de la seule axiomatique de la théorie ZFC : nous serons amené à discuter les effets de l'abandon, du rajout ou du renforcement de tel ou tel axiome (par exemple l'axiome du choix, ou l'axiome de fondation), la restriction à tels ou tels types d'ensemble (par exemple les ensembles constructibles), voire la prise en compte d'un système axiomatique *a priori* différent (par exemple dans la perspective de la logique intuitionniste [6] ou de la logique effective [7]).

Par ailleurs nous nous placerons, en général, dans le cadre de l'hypothèse du continu, et même dans le cadre de l'hypothèse généralisée du continu. Ce point ne jouera pas un rôle majeur dans la suite et nous n'aurons pas à nous préoccuper vraiment de la vérité ou non de ces hypothèses, dont on sait par ailleurs qu'elles sont indécidables dans le système axiomatique ZFC de référence (Gödel [8], Cohen [9]). En fait le problème de la distinction (la puissance du continu, c est-elle un **aleph** et lequel ?) ne se posera que sur un point bien précis, lorsque nous aurons effectivement à "comparer" c comme puissance de l'ensemble des parties d'ensembles de cardinalité dénombrable d ($c = 2^d$) et comme cardinalité de l'ensemble de la classe des ordinaux dénombrables (il est démontré que c est supérieur ou égal à **aleph**₁) ; nous rappellerons alors cette remarque, mais d'ici là elle n'est pas pertinente et nous prendrons donc $c = \mathbf{aleph}_1$.

Les propriétés principales auxquelles nous ferons appel seront de trois types différents :

(i) Les propriétés portant sur les transfinis proprement dits : propriétés des cardinaux, des types d'ordre, des nombre ordinaux ; calculs sur ces quantités et sur les ensembles correspondants ; propriétés des ensembles constructibles ; etc.

(ii) Les résultats, plus généraux, de la théorie des modèles associée à la théorie axiomatique classique des ensembles, notamment - en logique des prédicats du premier ordre - les résultats de non catégoricité des modèles (théorèmes "vers le bas" et "vers le haut" de Löwenheim et Skolem) ou leurs équivalents au second ordre, qui tous conduisent à la conclusion d'une sorte de sous-détermination du sémantique par le syntaxique (les propositions valides excèdent les propositions démontrables).

(iii) Les résultats, plus généraux encore, de limitation (incomplétude, indécidabilité syntaxique ou sémantique, cf. Gödel, Church, Tarski).

2.4.2. Nous examinerons dans les prochains chapitres, de façon beaucoup plus approfondie, les raisons (théoriques, axiomatiques, épistémologiques) pour lesquelles ce paradigme du transfini nous a paru adéquat et fécond dans une approche objectivante des phénomènes humains. Nous profiterons toutefois de la technicité que nous venons de mentionner pour présenter, à titre introductif et pour nous familiariser avec la démarche que nous proposons de suivre, des raisons que l'on pourrait qualifier d'"intuitives" ou, à la rigueur, de pré-théoriques. Reprenons les propriétés que nous venons d'évoquer dans l'ordre de leur présentation.

(i) Nous avons déjà souligné le fait que le transfini ensembliste présente un cadre (de conceptualisations axiomatiques, de modes de raisonnement, de moyens de calculs formels), qui semble répondre à certains présupposés préalables à une formalisation de la conceptualisation des phénomènes humains et à des calculs qui leur seraient propres. Ce cadre prend en compte, par son contenu intrinsèquement infinitaire, un caractère inépuisable que nous considérons comme propre aux objets quelque peu spéciaux que nous considérons. En effet, il convient de remarquer que le seul traitement en extension ne permet pas d'atteindre à une réelle intelligibilité des phénomènes humains : leurs facettes, leurs composantes, leurs significations, leurs prises aux interprétations sont infinies, inépuisables. Il y faut donc un traitement en compréhension. Si l'on cherche à les formaliser au moyen de mathématiques de l'infini, on ne pourra donc avoir directement recours aux mathématiques constructives, ni même aux approches non standard ; il faudra d'abord s'engager dans une approche à la Cantor. On aura alors effectué une sorte de transfert d'intelligibilité (des significations conceptuelles et factuelles) entre la variété mouvante et inépuisable des phénomènes humains et les modèles transfinis.

Par ailleurs, ce cadre transfini fournit, en distinguant radicalement ordinaux (et types d'ordre) et cardinaux, un instrument supplémentaire de comparaison et de calcul, qui permet de traiter non seulement de quantités, mais aussi de "qualités". Cet avantage se combine avec la capacité que montre la théorie des ensembles à pouvoir classer et comparer ce qui se présente au premier abord comme mutuellement incommensurable. En même temps, l'extrême richesse de contenu et de nuances que comporte cette théorie, associée à ses étonnantes subtilités conceptuelles, permet d'éviter une réduction excessive des classes d'objets considérées (les phénomènes humains) et de leurs rapports.

(ii) Au-delà, la théorie des modèles introduit ses propres effets. En particulier elle met en évidence (avec le paradoxe de Skolem) une relativité des cardinaux qui s'oppose à une ontologisation excessive des objectivités construites, tout en autorisant des procédures de réduction non mutilantes. Ce type de résultat permet de concilier conceptuellement des représentations qui peuvent sembler incompatibles dans une première approche, sans appauvrir pour autant les correspondances établies. Par exemple, cette théorie permet de fonder l'existence de modèles non standard répondant aux mêmes axiomatiques que les modèles standard. Ce genre de propriété évoque aisément des situations analogues dans le domaine des phénomènes humains (non détermination complète des conduites par les normes, par exemple). Ainsi, l'objectivité elle-même se trouve-t-elle relativisée à la nature du modèle (au sens de la théorie des modèles) de référence.

À vrai dire, on peut considérer qu'il en va déjà de même au niveau de l'"existence" des concepts considérés (et, par conséquent, de leur corrélat dans l'expérience). En effet, il faut remarquer que les "existences" ensemblistes cantorienne (ordinaux transfinis, ensembles de puissances non dénombrables) s'appuient (par contraste avec les existences constructibles usuelles) sur la démonstration de l'impossibilité de construire effectivement des existences (des entités, idéalités mathématiques) qui contreviendraient à ces "existences" cantorienne. Ce qu'exprime Lebesgue (cf. Bruter [10]) en disant :

"Une existence de cette nature peut être utilisée dans un raisonnement de la manière suivante : une propriété est vraie, si, la nier, conduit à admettre qu'on peut ranger tous les nombres en une suite dénombrable."

Ces démonstrations d'"existences" démontrent en fait la négation de certaines propriétés abusives que l'on prêterait à des entités constructibles, bien plus que certaines propriétés positives concernant les entités non constructibles (ce sont en quelque sorte des démonstrations de limitations internes)¹.

Ainsi est-on, là encore, conduit à se dégager d'une ontologisation excessive au profit d'une approche objective qui autoriserait tout au plus une sorte d'ontologie "négative".

¹ Le raisonnement de Lebesgue va plus loin puisqu'il conduit à utiliser positivement la double négation, ce que les intuitionnistes n'admettent pas.

(iii) Enfin, dans un esprit comparable, mais aussi d'un point de vue externe cette fois, l'existence des grands théorèmes de limitation (incomplétude, indécidabilité), qui trouvent également leur place dans la correspondance formelle, permet de renvoyer à l'idée selon laquelle le système des phénomènes humains ne constitue pas un système clos et que l'explication à son propos ne saurait être achevée une fois pour toutes. Ces limitations peuvent s'interpréter en considérant qu'elles constituent le reflet, dans le modèle, du fait qu'il existe des capacités humaines d'initiative, une liberté créatrice, et qu'une objectivation des phénomènes n'épuise pas la condition humaine et ses enjeux problématiques. La théorisation comprend, dans son principe même, les conditions de sa limitation comme c'est le cas, en effet, dans l'empiricité et la conceptualité de l'expérience humaine.

Concluons cette présentation en restant dans la même perspective (notamment par rapport au point (ii) que nous venons d'aborder), et en nous référant explicitement à la problématique de construction d'objectivité qu'appelle le domaine disciplinaire dans lequel nous nous situons maintenant.

Il nous paraît important d'introduire, dans le cadre de cette discussion du recours à une théorie des ensembles pour traiter des phénomènes humains, la distinction conceptuelle entre objectivité constructive et objectivité corrélative, ainsi qu'elle se trouve thématisée en philosophie des mathématiques par J-M. Salanskis notamment [11] et, sous un angle assez similaire, par A. Badiou [12] (dans son analyse des rôles respectifs que peuvent jouer, du point de vue philosophique, les théories des ensembles et les théories des catégories). Cette problématique est, bien entendu, propre aux mathématiques ; elle n'a que peu de pertinence dans les secteurs disciplinaires (la physique notamment) où les questions d'objectivité, malgré toutes les formalisations mathématiques qui contribuent à les constituer, ne se posent pas vraiment en termes de statut d'idéalités mais bien en termes de rapports à des éléments de réalité (matérielle ou formelle) comme c'est le cas dans les sciences de la nature en général. Mais du fait du rôle constitutif joué par la signification comme telle dans les disciplines traitant des phénomènes humains, il semble bien que cette distinction puisse y trouver une pertinence opératoire, inattendue mais utile.

En effet, dans ces disciplines, à côté des modes d'objectivité que l'on pourrait caractériser classiquement comme constructifs et qui renvoient à des démarches semblables à celles que l'on utilise dans les sciences de la nature (recours aux méthodes statistiques ou à des théories des graphes, par exemple), toutes les considérations que nous venons de développer sur les modes profonds de raisonnement, les invariants cognitifs possibles, etc., renvoient pour leur part à des traits intentionnels spécifiques, de nature semble-t-il éminemment corrélative, en ce sens que le statut d'existence des "objets" qui y sont traités est principalement symbolique, plus logique et formel, somme toute, que naturel. Si donc la plupart des efforts de mathématisation et de formalisation dans les sciences humaines trouvent leur répondant en tant que domaine d'objectivité du côté de l'objectivité constructive, dans la mesure où le fait humain a été et est principalement traité comme homologue à un fait naturel (non réellement intentionnel), en revanche, dès qu'il s'agit de caractériser des processus phénoménaux directement associés à l'intentionnalité elle-même, c'est-à-dire, en l'occurrence, engageant réellement les significations comme telles et les symboliques interprétatives qui les constituent, il semble bien que ce soient des domaines d'objectivité corrélative qu'il s'agisse de déterminer. Non seulement parce qu'il s'agit d'évoluer dans un univers de formes logico-symboliques, mais aussi en ce que les significations ne se prêtent pas seulement à des procédures analytiques, mais font également appel à des saisies globales, de nature gestaltiste. D'autant qu'elles se constituent et évoluent essentiellement dans le monde d'intersubjectivité où se développent des relations humaines et sociales qu'elles thématisent le plus souvent secondairement (*cf.* à ce sujet les remarques de L. Scubla [13] sur les rites, qui conclut en ces termes : "*<...> d'où la conjecture que, dans les rituels en général, ce sont plutôt les actions qui engendrent les représentations, que les représentations qui dirigent les actions*)".

Ainsi, mais peut-être pas aussi paradoxalement qu'il peut paraître à première vue, c'est dans le secteur éminemment problématique de la formalisation objectivante des phénomènes humains qu'une analyse aussi abstraite que celle qui concerne le statut d'existence des idéalités mathématiques trouve un écho opératoire et une "application" relative à une "naturalité" particulière. Comme si ce domaine

d'étude correspondait normalement à l'ontologie régionale pour laquelle une objectivité corrélatrice, articulée à l'objectivité constructive usuelle, devait se révéler pertinente.

REFERENCES DU CHAPITRE XII

- [1] A. KOYRE, *Etudes d'histoire de la pensée scientifique*, Gallimard, Paris, 1973.
- [2] P. VALERY, *Monsieur Teste*, Gallimard, Paris, 1984.
- [3] A.A. FRAENKEL, Y. BAR-HILLEL, A. LEVY, *Foundations of Set Theory*, North-Holland, 1984.
- [4] J-L. KRIVINE, *Théorie axiomatique des ensembles*, PUF, Paris, 1969.
- [5] J. PETITOT, *Morphogenèse du sens I*, PUF, Paris, 1985.
- [6] A. HEYTING, *Intuitionism. An introduction*, North-Holland, 1980.
- [7] P. LORENZEN, *Métamathématique*, Gauthiers-Villars, Mouton, Paris, 1967.
- [8] K. GÖDEL, The consistency of the axiom of choice and the generalized continuum hypothesis, *Proc. Nat. Acad. Sci. USA*, Ed. PNAS, p. 556, 1938.
- [9] P.J. COHEN, *Set Theory and the Continuum Hypothesis*, Benjamin, Québec, 1966.
- [10] C-P. BRUTER, *De l'intuition à la controverse*, Blanchard, 1987.
- [11] J-M. SALANSKIS, *Colloque : Le platonisme mathématique*, Paris, 1993.
- [12] A. BADIOU, *Colloque : Le platonisme mathématique*, Paris, 1993.
- [13] L. SCUBLA, Sciences cognitives, matérialisme et anthropologie, in : *Introduction aux sciences cognitives*, D. Andler Ed., Gallimard, Coll. Folio, Paris, 1992.