

CHAPITRE XVI

FORMALISATION TRANSFINITAIRE DES PHENOMENES HUMAINS : QUELQUES REFLEXIONS

"Si l'on veut garder la devise de Dedekind il faut dilater la notion de numération plus loin que l'application, plus loin qu'un transfini déterminé, plus loin même qu'un nombrement quelconque, pour qu'elle marque la solidarité effective d'un développement réglé dont la justification intelligible est à la fois hors de la condition humaine - pour être intégrale - et pourtant - au moins en idée - peut-être une de ses caractéristiques essentielles."

J. Cavailles [1].

Nous ne reviendrons pas sur les raisons théoriques et épistémologiques que nous avons largement exposées, plus particulièrement aux chapitres XII et XV, pour lesquelles nous proposons le recours au paradigme du transfini, à la théorie des modèles et à la théorie des ensembles pour formaliser et modéliser les phénomènes humains¹.

Nous nous contenterons de quelques remarques et réflexions qui viendront compléter toutes nos considérations précédentes.

1. Tout d'abord, et ainsi que nous l'avons déjà souligné à plusieurs reprises, nous rappelons, pour y insister, que toute notre démarche implique, par delà la séparation radicale (et acceptée) de nature et de contenus entre secteurs de connaissances scientifiques et secteurs de savoirs et d'enjeux relatifs aux phénomènes humains, une sorte de postulat de l'unité de la rationalité humaine, indépendamment du secteur d'analyse ou d'étude à quoi s'applique la recherche.

En effet, nous avons bien vu, au fil de cette Troisième Partie, que, par delà la caractérisation des objets et des contenus, nous nous sommes effectivement et essentiellement appuyés sur l'utilisation de modes de raisonnement et l'analyse de structures logico-mathématiques associées à ces modes de raisonnement. Illustrant en cela nos considérations suivant lesquelles ces logiques et théories ne nous éclairent pas seulement sur la nature et le comportement des idéalités abstraites qu'ils traitent et étudient habituellement (structures mathématiques, modèles logiques...), mais aussi sur les structures et modes de fonctionnement de la pensée rationnelle en général. De ce point de vue, on ne s'étonne donc pas que l'exigence de compréhension scientifique puisse faire appel à tous les acquis formels en ce domaine, quel que soit le secteur où l'on cherche à les appliquer et moyennant les précautions qui consistent à ne pas confondre les objets d'étude de deux champs distincts et à ne pas hypostasier en les réifiant des méthodes d'analyse et des structures de compréhension.

On peut, dès lors, concevoir qu'à un niveau différent, non plus celui du développement théorique lui-même, mais celui de l'argumentation à *propos* de théories concernant les phénomènes humains ou la situation de la réalité humaine relativement à la nature et au monde, ce genre d'analyse puisse contribuer à enrichir l'équipement conceptuel utilisable, y compris en matière philosophique ou métaphysique, et permet de le rendre opératoire. Prenons un exemple.

¹ Comme nous l'avons déjà mentionné précédemment, rappelons que c'est également dans ce secteur théorique logico-mathématique que vient puiser A. Badiou [2a, [b] pour revivifier et renforcer, par l'introduction de "mathèmes", la réflexion et l'analyse philosophique. C'est aussi dans ce secteur que l'on assiste, notamment autour de l'analyse non standard sous sa forme syntaxique (cf. E. Nelson et IST [3]) à un renouveau du débat intuitionniste en mathématiques accompagné du développement de la réflexion en philosophie des mathématiques (cf. J. Harthong, G. Reeb, J-M. Salanskis, etc. [4], [5], [6a], [6b]).

Dans son livre *L'esprit et la matière* [7], E. Schrödinger présente en ces termes ce qu'il appelle "le paradoxe arithmétique"¹ :

"La raison pour laquelle notre ego sentant, percevant et pensant n'est rencontré nulle part dans notre tableau scientifique du monde peut être aisément indiquée en quelques mots : parce qu'il est lui-même ce tableau du monde. Il est identique au tout et ne peut par conséquent être contenu en lui comme une de ses parties. Mais bien entendu, nous nous heurtons ici au paradoxe arithmétique ; il semble y avoir une grande multitude de ces ego conscients, et cependant le monde est seulement un."

En faisant appel à nos considérations ensemblistes infinitaires, nous pouvons souligner le fait qu'il n'y a paradoxe - avec toutes les conséquences qui s'ensuivent - que parce que l'auteur ne s'installe *a priori* que dans le cadre d'une représentation finie. Le paradoxe qu'il dénonce - et utilise comme raison de développer sa propre théorie des rapports entre monde et esprit - s'évanouit, si l'on conçoit ce que Schrödinger appelle l'esprit non pas comme ce qu'il caractérise comme unicité arithmétique, mais comme ensemble transfini de même cardinalité que celle de l'ensemble que l'on pourrait associer au monde. En ce cas, en effet, comme nous l'avons déjà indiqué, le tout peut être équivalent (en termes de cardinalité ou de type d'ordre) à la partie, tout en la contenant strictement en tant que partie propre. Ainsi l'esprit peut-il être identique (en ce sens de cardinalité ou de type d'ordre) au tout et, en même temps, être contenu par lui.

Pourquoi convient-il de recourir à des ensembles de même cardinalité ? Pour respecter le contenu essentiel de l'énoncé de Schrödinger sur les rapports "monde-esprit". En effet, si l'on supposait la cardinalité transfinie de l'ensemble correspondant à l'esprit supérieure à celle de l'ensemble correspondant au monde, c'est le monde qui pourrait être contenu dans l'esprit. A l'inverse, si la cardinalité de l'esprit était inférieure à celle du monde, on ne pourrait dire que l'esprit est, sous ce rapport du moins, "identique" au monde.

Tout cela concerne principalement les structures d'intelligibilité. Mais en même temps, le recours à ces structures formelles, aux conditions de leurs existences, à leurs conséquences dérivables, peut contribuer, nous l'avons vu, à la construction des objectivités du secteur d'investigation (à l'image, en partie - voir plus bas -, de ce qui peut se passer en physique). Les "vérités" que l'on peut en inférer fonctionnent alors autant dans le registre de la cohérence (non-contradiction, compatibilités formelles, démontrabilité, décidabilité et indécidabilité...) que dans celui de l'adéquation, dont nous rappelons qu'en matière de phénomènes humains, c'est essentiellement à la description et à la constitution d'objectivité de *rapports* qu'elle s'attache et non à la définition d'objets proprement dits, au sens plus ou moins substantiel du terme. Il est clair que dans cette perspective, le centre d'intérêt se déplace : au poids des propriétés des idéalités vient s'ajouter l'importance de la nature de l'axiomatique. Elle détermine l'existence des entités et formule leur définition ; parallèlement, elle joue un rôle déterminant dans la constitution des objectivités correspondantes.

Ces éléments d'objectivation se manifestent aussi par les résultats des calculs auxquels ils se prêtent dans ce cadre, ce qui renvoie à la question du tenant lieu de la "mesure" dans le cas des phénomènes humains (en dehors de toutes considérations classiques de mesure, statistique par exemple, comme dans le cas des sondages). Nous avons vu qu'il semblait bien que ce soit l'importance de la notion d'*ordre* qui vienne ici remplir ce rôle. La mise en ordre ne quantifie pas mais contribue à la qualification ; elle ne délimite pas, mais néanmoins demeure pertinente pour opérer des distinctions. Là encore de façon relative : un ordre donné peut être attribué plus ou moins arbitrairement, mais le rapport entre deux ordres relatifs l'un à l'autre doit remplir des exigences d'adéquation et de cohérence. Ce qui, en passant, nous conduirait à modifier quelque peu l'aphorisme de Protagoras et à considérer que, plutôt que la *mesure* de toute chose, l'homme est *l'ordonnateur* de toute phénoménalité humaine.

2. Mais nous ne voudrions pas terminer cette partie sans formuler quelques remarques complémentaires, visant à redéfinir la perspective dans laquelle vient finalement s'inscrire notre démarche.

¹ Le même type d'analyse pourrait s'appliquer à la citation de Sherrington que rapporte et discute Schrödinger dans son livre.

Ces remarques sont à certains égards de nature épistémologique, mais en un sens assez particulier. En effet elles n'aboutissent pas tant à porter un regard analytique sur la façon dont s'élabore tel savoir sur tel domaine pour en dégager et en comprendre les ressorts cognitifs, philosophiques, gnoséologiques profonds, mais bien plutôt à renverser les rapports qu'entretiennent traditionnellement une modélisation à son objet d'étude, une formalisation à son secteur de pertinence.

Pour le montrer, avançons progressivement en rappelant ou en éclairant les implicites et les principes de notre démarche et en commençant par reprendre nos hypothèses et postulats :

En tant qu'ils sont humains, les rapports mis en jeu et mis en oeuvre dans les phénomènes humains sont justiciables d'une compréhension et d'une objectivation en termes de transfinis, car ces rapports, comme nous l'avons longuement discuté, engagent d'emblée les propriétés de l'infini. À ce titre la théorie des ensembles et la théorie des modèles proposent un cadre formel relativement bien adapté dont il convient d'exploiter - prudemment - les ressources.

Mais il est clair qu'en prenant une telle orientation *a priori*, nous ne sommes plus confrontés au problème de savoir comment scientifier un champ phénoménal, par exemple en transposant dans un domaine qui ne leur est pas pertinent la notion (et les opérations) de mesures telles qu'on les rencontre dans les sciences de la nature. Ni, non plus, pour prendre un autre exemple, au problème de savoir comment faire tendre vers l'infini et faire passer à la limite, une grandeur théorique qui aurait déjà trouvé un correspondant dans les phénomènes.

En effet nous nous référons d'emblée à un champ conceptuel autonome qui, tout en mettant en jeu (ô combien !) la rationalité d'une logique, ne dépend pas d'un secteur de phénoménalité qu'il conviendrait d'élargir. En fait, le champ conceptuel et théorique de la théorie des ensembles et de la théorie des modèles se constitue sur des prémisses théoriques qui n'ont rien à voir avec celles qui conduisent à repérer et découper le champ des phénomènes humains tel que nous le considérons ; les contenus sont radicalement distincts, ce ne sont que les logiques et structures axiomatiques que l'on juge comparables et que l'on utilise dans la modélisation en vue de construire l'objectivité et de conférer une intelligibilité.

Cette situation contraste avec celle que l'on rencontre habituellement dans le secteur des sciences de la nature. Pour faire ressortir ce contraste, forçons un peu la note et faisons appel à des comparaisons, toutes grossières et schématiques qu'elles puissent apparaître :

(i) La physique (pour dire vite), se constitue dans le mouvement de mathématisation des phénomènes. Ce mouvement est en général conçu (avec toutes les nuances interprétatives qui l'accompagnent selon qu'on adopte des positions empiristes, positivistes, rationalistes, critiques, etc.) comme un processus selon lequel s'établissent des rapports étroits (plus ou moins constitutifs, ou régulateurs, ou descriptifs, selon les positions) entre une intelligibilité mathématique (interprétante ou déterminante, descriptive ou prescriptive) et une réalité phénoménale (donnée ou construite).

Dans cette perspective il paraîtrait incongru et étrange de prendre un point de vue inverse en considérant que le mouvement de théorisation a pu consister pour l'essentiel à caractériser des classes de phénomènes à partir de réalités mathématiques disponibles¹ et comme expressions factuelles de ces idéalités. C'est-à-dire de voir dans ces phénomènes comme une illustration bien choisie, une thématization concrète adéquate, de l'effectivité possible de cette réalité mathématique qui la "comprendrait" (aux deux sens de l'expression : rapportée à l'intelligibilité d'une part, à une forme d'englobement, de l'autre).

L'adoption d'un tel point de vue est d'autant plus difficile que, pour l'essentiel, le rapport entre ces deux secteurs - celui des phénomènes naturels et celui des mathématiques - se thématise dans le traitement du fini et se manifeste par la mesure. De ce fait, l'intelligibilité mathématique semble excéder le phénomène, ce qui entraîne la conséquence que bien des secteurs de ce qu'elle a pu élaborer

¹ "Disponibles" est un terme utilisé ici pour signifier : "historiquement établies et mises à jour". Les mathématiques sont librement créées, mais c'est bien dans l'histoire que s'inscrit le mouvement de leur création effective.

ne trouveront pas à s'illustrer factuellement dans les phénomènes, alors qu'au contraire on postule que le tout de la physique doit être mathématisable pour être compris et se révéler traitable. En ce sens on peut donc dire qu'en effet, on mathématise des phénomènes et que l'on ne "phénoménalise" pas des mathématiques (quand bien même ces dernières jouent un rôle constitutif dans la construction de l'objectivité physique et la détermination des lois physiques).

(ii) Si, maintenant, par un saut - même excessif - nous nous interrogeons sur une éventuelle calculabilité mathématique du qualitatif et des phénomènes humains, nous avons vu que nous ressortissions d'emblée au rapport à l'infini, à tel point que s'inverse immédiatement le rapport que nous venons de considérer entre mathématique et physique. Ce sont les phénomènes humains qui excèdent en leur richesse l'appareillage logico-mathématique disponible ; et ce, d'autant plus que l'innovation et la création se trouvent engagées, quasiment par définition, en même temps que la relation et au même titre qu'elle, dans la phénoménalité humaine.

Il en résulte que la démarche de mise en correspondance entre cette phénoménalité et les structures d'intelligibilité conceptuelle de type mathématique ou logique, non seulement doit avoir recours à tout ce qui débute par la formalisation et la logique des ensembles infinis, mais encore ne peut le faire qu'accompagnée de ce renversement de perspective que nous venons d'évoquer : on ne mathématise pas, épistémologiquement parlant, les phénomènes humains au sens où on le fait pour les phénomènes physiques. C'est-à-dire qu'on ne trouve pas dans le vaste corpus mathématique ce qui résonne avec les phénomènes (naturels) ; au contraire, on trouve dans les phénomènes (humains) de quoi illustrer, mais sans pourtant jamais pouvoir s'y épuiser, la force conceptuelle et la capacité objectivante de l'infini logico-mathématique. En ce sens, ce sont les phénomènes humains qui se présentent comme constitutifs des mathématiques et de leurs logiques (alors que c'étaient les mathématiques qui pouvaient être considérées comme constitutives des phénomènes physiques).

Finalement, en ce domaine de phénoménalité humaine, plutôt que de voir dans les mathématiques une abstraction possible des phénomènes, on verra plutôt l'expression à travers les phénomènes d'une conceptualité qu'ils comportent. Bien entendu, dans ce cas aussi, on tente d'établir une correspondance qui soit la plus complète possible, mais elle est prise à rebours : c'est dans l'infini qu'on trouve une illustration de l'humain. La rationalité, bien qu'elle demeure elle-même invariante, est abordée sous un angle différent.

Ainsi en vient-on à inverser en quelque sorte, mais sans lui ôter sa portée opératoire, la mise en perspective de notre proposition de départ : si le transfini, à côté de bien d'autres raisons déjà évoquées dans l'introduction et le corps du texte, est en effet ce qui s'impose conceptuellement et objectivement de façon dominante à travers l'expérience de ce qui est proprement humain, il ne s'agit plus de trouver, dans le style de la physique, le correspondant factuel de ce qui s'y exprime (concept ou axiome). Il s'agit plutôt de déceler en quoi, au contraire, le recours à un tel concept et à ses caractérisations axiomatiques, rend plus ou moins bien compte de phénoménalités humaines spécifiques, censées en contenir le suc.

Pour terminer, permettons-nous de prendre un peu de recul et quelque distance "ironique" par rapport à notre entreprise. Où se situe l'ironie dans le traitement par l'infini et quant à ce traitement ?

La réponse est directe, tout à la fois démystifiante et encourageante : en ce qu'il thématise sa propre incomplétude¹, laquelle laisse en suspens, précisément, toute une zone de décidabilité intrinsèque. Ainsi, ce qui autorise une théorisation visant à abolir une distance, est aussi ce qui la redouble. La théorie est nécessaire, mais toujours déjà incomplète ; curieusement - et là est l'encouragement - c'est aussi en cela qu'elle devient acceptable : elle ne se présente jamais comme clôture possible. L'ironie qu'on lui porte ne sera donc pas dérision, mais renvoi assumé à cette séparation constituante de la réalité humaine entre les faits à théoriser et les "faire" à accomplir, entre les nécessités que nous expliquons et la liberté qu'il nous revient d'exercer.

¹ Voir, en plus de la discussion à propos de l'axiome de compréhension, les nombreux théorèmes d'incomplétude et d'indécidabilité que comportent les théories.

REFERENCES DU CHAPITRE XVI

- [1] J. CAVAILLES, *Transfini et continu*, Hermann, Paris, 1946.
- [2a] A. BADIOU, *L'être et l'événement*, Seuil, Paris, 1988.
- [2b] A. BADIOU, *Le Nombre et les nombres*, Seuil, Paris, 1990.
- [3] E. NELSON, Internal Set Theory, *Bull. Am. Math. Soc.*, 83, 6, p.165, 1977.
- [4] J. HARTHONG, G. REEB, Intuitionnisme 84, in : *La mathématique non standard*, Ed. CNRS, Paris, 1989.
- [5] J. HARTHONG, Commentaires sur l'intuitionnisme 84, in : *La mathématique non standard*, Ed. CNRS, Paris, 1989.
- [6a] J-M. SALANSKIS, Le potentiel et le virtuel, in : *La mathématique non standard*, Ed. CNRS, Paris, 1989.
- [6b] J-M. SALANSKIS, *Le continu mathématique*, Colloque de Cerisy, 1990.
- [7] E. SCHRÖDINGER, *L'esprit et la matière*, Seuil, Paris, 1990.