

AFSCET

Res-Systemica

Revue Française de Systémique
Fondée par Evelyne Andreewsky

Volume 12, novembre 2014
Modélisation des Systèmes Complexes

Res-Systemica, volume 12, article 15

Modèle MENS pour un Système Neuro-Cognitif

Andrée Ehresmann et Jean-Paul Vanbremeersch

article reçu le 31 décembre 2014

exposé d'Andrée Ehresmann du 02 mai 2011



Creative Commons

Modèle MENS pour un Système Neuro-Cognitif

Andrée Ehresmann^a et Jean-Paul Vanbremeersch

^aUniversité de Picardie Jules Verne, ehres@u-picardie.fr
Faculté des Sciences, LAMFA, 33 rue Saint-Leu, 80039 Amiens
30 Décembre 2014¹

Résumé

MENS est un modèle mathématique 'dynamique', basé sur la Théorie des Catégories, pour un système neuro-cognitif. Unissant les niveaux neuronal et mental, il décrit la formation d'une "algèbre d'objets mentaux" multifformes de complexité croissante, par recollements itérés d'assemblées neuronales synchrones. Il montre le rôle joué par une partie intégrative de la mémoire, le "Noyau Archétypal" dans le développement des processus cognitifs d'ordre supérieur, dont la conscience et la créativité.

MENS, a model for a Neuro-Cognitive System

Abstract

MENS is a 'dynamic' mathematical model of a neuro-cognitive system, based on Category Theory. Uniting the neuronal and mental levels, it describes the generation of an 'algebra' of multiform mental objects of increasing complexity, through iterative bindings of synchronous assemblies of neurons. It shows how higher cognitive processes up to consciousness and creativity, rely on an integrative part of the memory, the Archetypal Core.

Mots-clés : Système neuro-cognitif. Processus mentaux. Théorie des catégories

Introduction

¹ Cette contribution soumise à Res-Systemica fait suite à un exposé donné au groupe de travail "Modélisation des Systèmes Complexes" au CNAM en Mai 2011.

Malgré les énormes progrès de la recherche dans les 30 dernières années, nous ne connaissons pas les grands principes d'organisation du cerveau permettant l'émergence de processus mentaux et cognitifs tels que la perception, la mémoire, la pensée, la conscience, la créativité... Pouvons-nous espérer développer une Neurosciences intégrative et une Science de la Cognition qui soient aussi rigoureuses que la Physique ?

D'intéressants modèles mathématiques de nature locale ont été développés, le plus souvent basés sur des équations différentielles non linéaires, des systèmes dynamiques, la théorie des graphes, des processus stochastiques ou la théorie de l'information ; ils s'appliquent à des processus particuliers relatifs à des zones spécialisées. Comme différentes zones du cerveau sont hétérogènes anatomiquement et fonctionnellement, ces modèles ne peuvent pas être étendus à d'autres zones ou processus.

Cependant, il y a un mécanisme commun dans la dynamique neuronale, déjà indiqué par Hebb dès 1949 [18] : c'est la formation, la persistance et l'individuation d'assemblées neuronales plus ou moins complexes et distribuées, dont l'activation 'synchrone' est associée à des processus mentaux spécifiques. Cette association n'est pas biunivoque en raison de la propriété de "dégénérescence du code neuronal" introduite par Edelman [9]. Ainsi, l'objet mental associé à un item O se caractérise par le fait qu'il 'recolle' chacune des assemblées neuronales que, selon le contexte, O peut synchroniquement activer.

Ce processus de recollement (que nous définirons de manière précise) joue un rôle central dans le modèle mathématique MENS (pour "*Memory Evolutive Neuronal System*") dont nous présentons un aperçu dans cet article. Ce modèle propose un cadre commun pour l'étude du fonctionnement des systèmes neuronal, mental et cognitif, unissant les différents niveaux (micro, méso, macro) de description et tenant compte des différentes échelles de temps. Il décrit comment différents modules cérébraux interagissent comme systèmes hybrides pour engendrer une "algèbre des objets mentaux" (dans les termes de Changeux, [5]) par recollement itéré d'assemblées neuronales de plus en plus complexes, et comment ceci peut conduire à l'émergence de processus cognitifs d'ordre supérieur.

MENS ne constitue pas un modèle logique de la structure invariante du système neuro-cognitif ; il donne un modèle dynamique du système dans son 'devenir' interne au cours du temps. C'est une application des *Systèmes Evolutifs à Mémoire* que nous avons développés depuis 30 ans pour étudier des systèmes dynamiques multi-échelles, auto-organisés par un réseau d'agents, tels les systèmes biologiques, sociaux ou cognitifs. (Cf. [12, 13, 14] et le site <http://ehres.pagesperso-orange.fr>).

MENS donne un cadre pour traiter les objets mentaux comme des 'neurones virtuels' d'ordre supérieur (appelés *neurones de catégorie*) et pour expliquer l'émergence d'une mémoire intégrative du 'Self', le *Noyau Archétypal*, à la base des processus cognitifs d'ordre supérieur tels que la conscience, l'anticipation et la créativité.

Dans une première partie, nous introduisons la notion de neurone de catégorie et étudions la structure globale de MENS. Ensuite nous considérons la dynamique qui conduit au développement de processus cognitifs de complexité croissante, avec une illustration dans le cas de la créativité.

Les principales notions mathématiques utilisées (mots suivis d'un astérisque) sont décrites de manière plus ou moins informelle dans le texte pour permettre leur compréhension par un large public ; des définitions précises en sont données dans l'Appendice.

1) Description du modèle MENS.

1.1. Définition informelle des neurones de catégorie

La principale caractéristique du système évolutif MENS est de réunir dans un même modèle les niveaux neuronaux et mentaux, ce qui permettra d'analyser les interactions entre états neuronaux physiques et états mentaux. Ainsi MENS a un sous-système représentant le système neuronal NEUR, et ses autres composants, appelés neurones de catégorie, représentent des objets ou processus mentaux de diverses complexités.

Pour construire MENS, nous utiliserons les deux propriétés suivantes du fonctionnement neuronal :

(i) Dans [18] Hebb (1904-1985) introduit la notion d'une *assemblée neuronale synchrone* :

"Any frequently repeated, particular stimulation will lead to the slow development of a "cell-assembly" <...> capable of acting briefly as a close system" [18]

et il donne la *règle de Hebb* de plasticité synaptique :

"When an axon of cell A is near enough to excite B and repeatedly or persistently takes part in firing it <...> A's efficiency, as one of the cells firing B, is increased."

(ii) Dans [9] Edelman introduit la notion de *dégénérescence du code neuronal* qui a été vérifiée grâce à l'imagerie médicale (électro-encéphalogramme, IRM,...) :

"More than one combination of neuronal groups can yield a particular output, and a given single group can participate in more than one kind of signaling function".

Ces deux propriétés signifient qu'un objet mental correspond à l'activation synchrone d'une assemblée neuronale (ou d'une hyper-assemblée neuronale pour un objet plus complexe) plus ou moins étendue et distribuée dans le cerveau, la correspondance étant multivoque.

Partant de là, nous associerons à un objet mental O un composant multiforme M_O du système évolutif MENS, appelé *neurone de catégorie*, abrégé en *cat-neurone* ; celui-ci 'recolle' (en anglais : *binds*) chacune des différentes assemblées neuronales P que O peut activer synchroniquement, et il a le même rôle opératoire que P agissant collectivement ;

c'est-à-dire M_O peut transmettre à un (cat-)neurone N la même activation que P agissant synchroniquement. (Formellement, M_O devient la colimite* de P dans MENS.). Les assemblées P , appelées *décompositions* de M_O , peuvent être de structures différentes et ne sont pas nécessairement reliées entre elles. Elles représentent les multiples réalisations 'physiques' de l'objet mental O , et aussi du cat-neurone M_O que l'on peut voir comme un 'neurone virtuel' à multiples lectures.

Le fait que les cat-neurones soient multiformes leur procure une double flexibilité :

(i) Balancement entre (hyper)-assemblées activant un cat-neurone ; par exemple, un "objet ambigu" tel le canard-lapin peut évoquer soit le canard, soit le lapin, avec balancement de l'un à l'autre.

(ii) Echange entre 2 items ayant des traits communs, comme dans une métaphore (*e.g.*, l'avion est un grand oiseau).

Montrons comment se formera le cat-neurone M_S qui mémorisera un simple stimulus S inconnu. La présence de S à l'instant t se repérera via l'activation d'une assemblée neuronale P , formée de neurones reliés par des chemins synaptiques. Si S se répète ou persiste, les liens de P se renforcent (par la règle de Hebb) et P peut agir synchroniquement. Par exemple S pourrait être un rectangle et P l'assemblée formée des neurones activés par ses sommets et ses côtés (Hubel & Wiesel [19] ont montré qu'un segment active un neurone particulier), avec chaque sommet relié aux côtés le contenant.

La *mémoire à long-terme* de S est alors donnée par un cat-neurone M_S qui 'recolle' P (il deviendra sa colimite dans MENS) et a le même rôle opératoire que P agissant synchroniquement. En vertu de la dégénérescence du code neuronal, ce cat-neurone doit aussi recoller les autres assemblées neuronales que S peut activer selon le contexte ; elles peuvent être de structures différentes et disjointes, mais chacune 'rappelle' S . Ainsi le cat-neurone 'mémoire' M_S de S est un composant multiforme de MENS, qui prend sa propre identité au cours du temps, et permet de reconnaître S sous ses différentes apparences. En particulier M_S peut devenir indépendant de P , *e.g.* si une lésion du cerveau détruit trop de neurones de P , et M_S peut acquérir de nouvelles décompositions Q si S varie; par exemple une personne qui vieillit continue à être reconnue. A la différence d'une mémoire d'ordinateur, cette mémoire est donc flexible et plastique, pour s'adapter à de nouvelles circonstances.

Dans MENS, la construction des cat-neurones sera itérée en partant d'assemblées synchrones de cat-neurones (connectés par des liens que nous définirons) pour construire des cat-neurones représentant des objets mentaux de plus en plus complexes.

1.2. La théorie des catégories

Le modèle MENS (ainsi que les Systèmes Evolutifs à Mémoire dont il est un cas particulier) est basé sur une théorie des catégories 'dynamique', incorporant le temps.

La théorie des catégories est un domaine mathématique (introduit par Eilenberg et Mac Lane en 1945 [15]) qui a un statut unique, à la frontière entre mathématique, logique, et

méta-mathématique. Cette théorie est "relationnelle", au sens où elle s'intéresse plus aux relations entre objets qu'à la structure des objets en elle-même. Elle donne un cadre pour unifier de nombreuses constructions mathématiques et classer les diverses opérations du "*Working Mathematician*" (au sens de [23]).

Les graphes ont été utilisés de manière fréquente pour modéliser des systèmes sociaux ou des réseaux de toute espèce. Un *graphe** (orienté) consiste en la donnée d'un ensemble d'objets (ses sommets) et d'un ensemble de flèches entre eux. (Cf. Figure 1.)

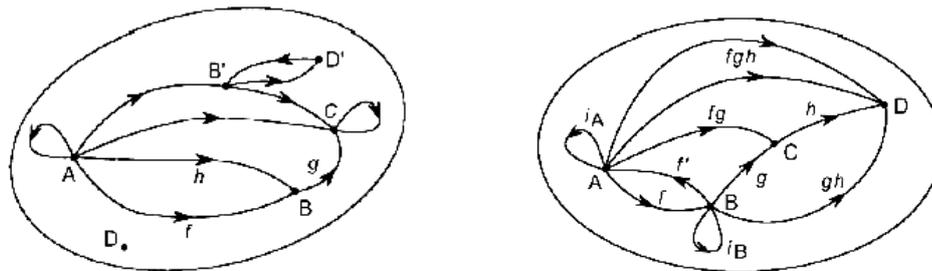


Figure 1. A gauche un graphe ; à droite une catégorie où $fg =$ composé de (f, g) .

Une *catégorie** peut être définie comme étant un graphe muni d'une composition associant à un chemin du graphe (suite de flèches adjacentes) une flèche 'composée' entre les mêmes extrémités. Cette composition vérifie des axiomes d'associativité (tout chemin a un unique composé quelle que soit la manière de regrouper 2 à 2 ses flèches successives) et d'identité (tout sommet a une flèche 'identité'). Dans les exemples concrets, la composition permet de distinguer des chemins 'fonctionnellement équivalents' par le fait qu'ils ont le même composé. (Cf. Figure 1.)

Les exemples suivants de catégories montrent l'ubiquité de la notion :

(i) Une catégorie avec un seul objet est un monoïde ; c'est un groupe si de plus les flèches sont inversibles.

(ii) A un ensemble (partiellement) ordonné (E, \leq) est associée la catégorie ayant pour objets les éléments x de E et ayant une, et une seule, flèche de x vers y si et seulement si $x \leq y$.

(iii) Si G est un graphe, on définit la *catégorie des chemins de G* , notée $P(G)$: elle a les mêmes objets que G , les flèches de A vers B sont les chemins de G allant de A vers B , la composition est la convolution des chemins. Toute catégorie H est la catégorie quotient de la catégorie $P(H)$ de ses chemins par la relation d'équivalence : 2 chemins sont équivalents s'ils ont le même composé dans H .

(iv) On a aussi les 'grandes' catégories (les plus usuelles) : catégorie *Ens* des ensembles avec pour objets les ensembles (appartenant à un univers pour éviter les problèmes de taille), pour flèches les applications entre eux avec leur composition ; catégorie *Gr* des groupes ; catégorie *Top* des espaces topologiques, avec pour flèches les applications continues, *etc.*

Si H et H' sont des catégories, un *foncteur** de H vers H' est un homomorphisme de graphes qui de plus préserve la composition et les identités; un *foncteur partiel* de H vers H' est un foncteur d'une sous-catégorie de H vers H' . Catégories et foncteurs entre elles forment la 'grande' catégorie *Cat*.

1.3. Colimite d'un pattern

Un outil essentiel de la théorie des catégories, que nous utiliserons dans toute la suite, est la notion de *colimite** (introduite sous le nom de limite inductive par Kan [21]) qui permet d'unifier un certain nombre de constructions mathématiques. Intuitivement la colimite d'un pattern P dans une catégorie H est un objet cP de H qui 'recolle' P et a le même rôle opératoire que P agissant collectivement.

Plus précisément : un *pattern** P (ou diagramme) dans H est donné par une famille $(P_i)_i$ d'objets de H et des flèches (appelés liens distingués) entre eux ; un *lien collectif** (ou *cône*) de P vers un objet A de H est une famille $(s_i)_i$ de flèches des P_i vers A vérifiant les équations :

$$s_j = fs_i \text{ pour tout lien distingué } f: P_i \rightarrow P_j \text{ de } P.$$

Une *colimite* (ou *recollement*) de P est un objet cP tel qu'il existe un lien collectif $(c_i)_i$ de P vers cP qui factorise tout lien collectif $(s_i)_i$ de P vers A ; plus précisément : il existe une unique flèche s de cP vers A 'recollant' $(s_i)_i$ au sens que $s_i = c_i s$ pour tout i . (Cf. Figure 2.)

La colimite, si elle existe, est unique (à un isomorphisme près). Par exemple si la catégorie H est associée à un ensemble ordonné (E, \leq) la colimite d'une partie P de E correspond à la borne supérieure de P dans l'ordre.

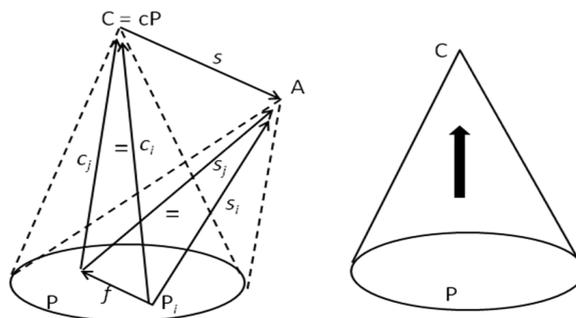


Figure 2. cP est la *colimite* du pattern P (dessin détaillé et représentation abrégée).
La famille $(s_i)_i$ est un *lien collectif* (ou *cône*) de P vers A .

La notion de colimite peut généralement être utilisée pour résoudre le problème du 'recollement' ("Binding Problem") : comment des objets simples peuvent-ils être recollés pour former "un tout ayant des propriétés autres que ses parties" (Aristote), par exemple un mur comparé au tas de ses briques ? L'idée sera de prendre pour 'tout' la colimite du pattern formé des objets simples, et c'est ce que nous ferons pour construire des cat-neurones recollant des assemblées neuronales.

1.4. Systèmes Evolutifs. Exemple de NEUR

Différents auteurs ont utilisé la théorie des catégories pour étudier des systèmes naturels. Généralement ils s'intéressent à la structure invariante du système (par exemple d'une cellule pour Rosen [25]) et ils modélisent le système par une unique catégorie. A leur différence, nous cherchons à décrire le système avec ses changements au cours du temps et sa dynamique. A cette fin, nous ne représentons pas le système par une unique catégorie, mais par un Système Evolutif [12].

Un *Système Evolutif** K modélise le système par une famille de catégories K_t indexées par le temps, représentant ses configurations successives aux différents instants t de son existence ; et le changement de configuration de t à $t' > t$ (avec possible disparition de composants) est modélisé par un foncteur *transition* d'une sous-catégorie de K_t vers $K_{t'}$; ces foncteurs vérifient une condition de transitivité. (Cf. Figure 3.)

Un *composant* du système s'identifie à une famille maximale d'objets de catégories K_t (ses états successifs) connectés par des transitions ; et de même un *lien* entre composants est une famille maximale de flèches des K_t connectées par des transitions.

Les composants et liens entre eux qui existent sur un intervalle J forment une catégorie K_J ; on se placera dans une telle catégorie quand on parlera d'un pattern de composants et de sa colimite C si elle existe ; dans ce cas l'état C_t de C en chaque instant t de J est la colimite dans K_t de l'état de P en t .

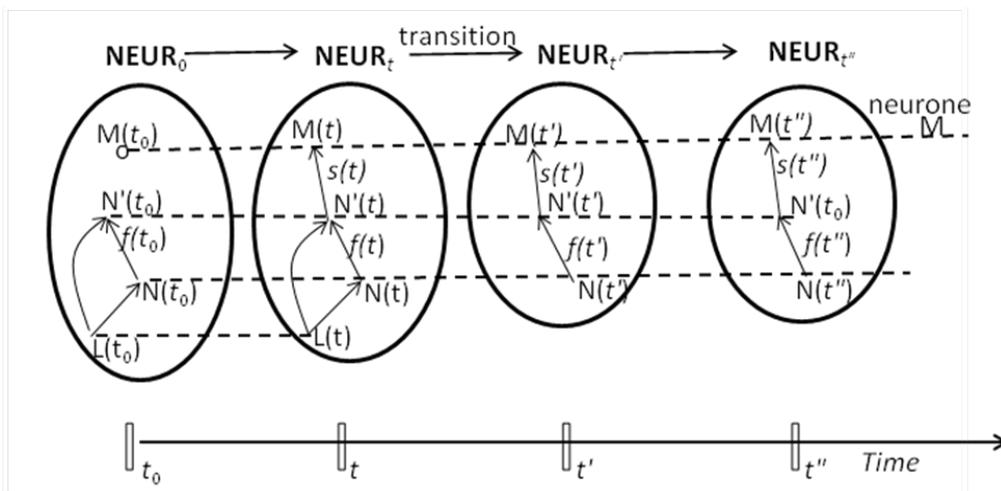


Figure 3. Le Système Evolutif Neuronal NEUR ayant les neurones pour composants.

Nous allons décrire le *Système Evolutif neuronal* NEUR qui sera à la base de MENS. Sa configuration $NEUR_t$ à un instant t est la catégorie des chemins du *graphe des neurones* en t . Ce graphe a pour sommets l'état $N(t)$ en t des neurones N existant en t (avec leur activité en t via leur potentiel de membrane ou leur fréquence d'impulsions), et pour flèches les synapses de N vers N' (avec leur délai de propagation et leur force). Ainsi les flèches (ou *liens*) de $NEUR_t$ représentent les chemins synaptiques et sa composition est la convolution.

NEUR est formé des catégories $NEUR_t$ où t varie pendant l'existence du système, et des foncteurs partiels *transitions* qui mesurent le changement d'un instant t à un instant ultérieur t' , y compris la possible perte de neurones et synapses entre t et t' ; la transition de t à t' est le foncteur d'une sous-catégorie de $NEUR_t$ vers $NEUR_{t'}$ qui associe à l'état $N(t)$ d'un neurone en t son nouvel état $N(t')$ en t' si et seulement si N existe encore en t' .

Un composant de NEUR représente un neurone N sous la forme de la famille de ses états successifs $N(t)$ pendant son existence. Un *lien* f de N vers N' est aussi défini par la famille de ses états successifs $f(t)$. Une assemblée neuronale est modélisée par un pattern de composants de NEUR (dans une des catégories $NEUR_J$).

MENS sera un *Système Evolutif Hiérarchique*, c'est-à-dire un Système Evolutif dont les composants sont répartis en *niveaux de complexité*, les neurones constituant le niveau 0. Il sera obtenu par 'complexifications' itérées de NEUR, chacune ajoutant des cat-neurones représentant des objets mentaux de plus en plus complexes.

1.5. Le Système Evolutif Hiérarchique MENS

Certains objets mentaux simples sont évoqués par l'activation d'un unique neurone. Par exemple il existe des neurones représentant un segment ou un angle [19], et il y a aussi des neurones représentant des objets plus complexes mais très familiers. Mais en général un objet mental O n'a pas de "neurone de grand-mère" (Barlow [2]) ; en effet un tel neurone devrait être la colimite de chacune des assemblées neuronales (ou patterns) P que O peut activer synchroniquement, et il résulte de [3] que seuls des patterns très particuliers peuvent avoir une colimite dans NEUR.

La construction de MENS consiste justement à partir de NEUR (qui en sera un sous-système évolutif) et à 'ajouter' d'autres composants, les *cat-neurones* considérés dans la Section 1.1, vérifiant la condition : le cat-neurone M_O représentant l'objet mental O devient la colimite dans MENS de chacun des patterns neuronaux P que O peut synchroniquement activer. En déterminant comment les cat-neurones interagissent entre eux, on pourra parler d'assemblées de cat-neurones synchrones et itérer la construction pour obtenir des cat-neurones représentant des objets mentaux de plus en plus complexes. MENS deviendra ainsi un *Système Evolutif Hiérarchique*, c'est-à-dire un système évolutif dont les catégories configurations sont hiérarchiques et les transitions préservent le niveau de complexité.

Commençons par décrire les propriétés d'une *catégorie hiérarchique** [12] ; c'est une catégorie H dont les objets sont répartis en niveaux de complexité $0, 1, \dots, m$ disjoints, de sorte que tout objet C de niveau $n+1$ soit la colimite dans H d'au moins un pattern P (dont les objets sont) de niveaux $\leq n$. (Cf. Figure 4.)

[Pour bien comprendre qu'une catégorie puisse avoir des objets de complexités différentes, il ne faut pas oublier qu'ici le mot "catégorie" n'est pas pris au sens philosophique (où une catégorie caractérise une certaine classe d'objets de même nature) mais au sens mathématique du mot, où aucune condition n'est imposée aux objets.]

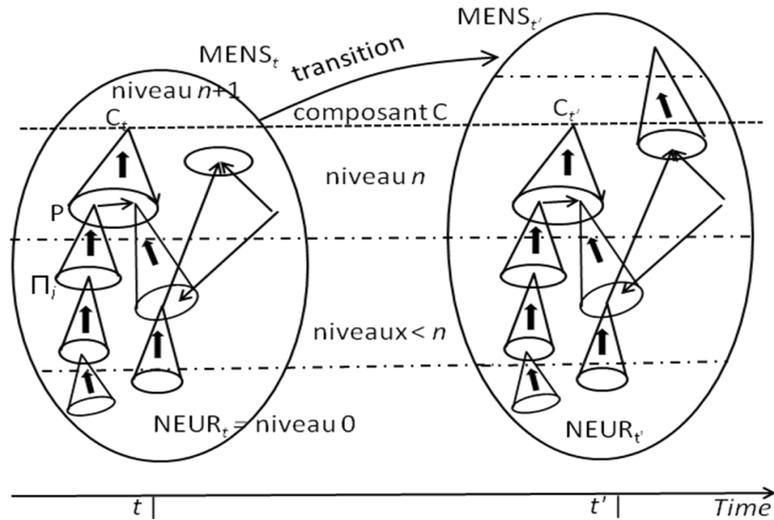


Figure 4. Le Système Evolutif Hiérarchique MENS

En 'descendant' dans la hiérarchie, l'objet C admet au moins une *ramification* jusqu'au niveau 0 construite par décompositions successives en patterns de niveaux décroissants : on prend une décomposition P de C , puis une décomposition Π_i de chacun des objets P_i de P , et on recommence l'opération jusqu'à aboutir à des patterns de niveau 0. L'ensemble de ces patterns 'terminaux' est appelé la *base* de la ramification.

C peut admettre plusieurs ramifications jusqu'au niveau 0 de longueurs différentes ; la longueur de la plus courte de ces ramifications est appelée l'*ordre de complexité* de C . Cet ordre mesure le nombre minimal d'étapes nécessaires pour reconstruire C 'de bas en haut' à partir du niveau 0, par recollements successifs de patterns de niveaux croissants.

Peut-on caractériser les flèches d'une catégorie hiérarchique H ? Soit C et C' des objets de H de niveau $n+1$ et P et P' des décompositions de niveaux $\leq n$ de C et C' respectivement. Si G est une *gerbe** de liens entre composants de P et de P' , respectant les contraintes imposées par les liens distingués de P et P' (cf. Figure 5), G 'se recolle' en une flèche de C vers C' appelée *lien* (P, P') -*simple*, ou seulement *n-simple*. Une telle flèche ne fait que traduire au niveau $n+1$ des propriétés 'locales' entre composants de P et P' . Nous verrons que, selon les propriétés de H , il peut aussi exister d'autres flèches ne recollant pas des gerbes, obtenues par composition de liens simples.

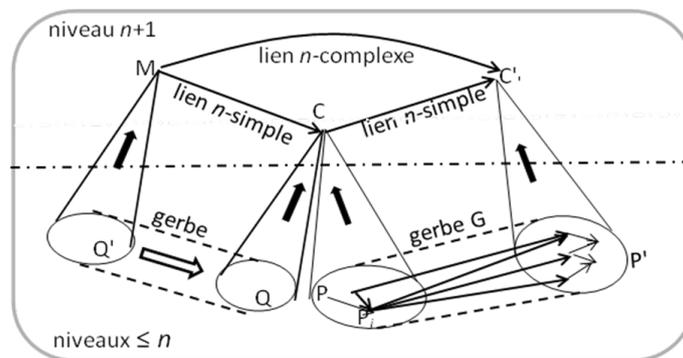


Figure 5. Lien n -simple et lien n -complexe

Par construction, MENS sera un système évolutif hiérarchique ayant NEUR comme niveau 0, les composants des autres niveaux étant des cat-neurones de niveaux croissants. Pour insister sur le fait que neurones et cat-neurones sont des composants de MENS, un neurone sera aussi appelé *cat-neurone de niveau 0*, de sorte qu'un pattern de cat-neurones peut aussi comporter des neurones. D'après ce qui précède, tout cat-neurone C de niveau $n+1$ admet au moins une ramification dont la base est formée d'assemblées neuronales. Vu 'de bas en haut', C est obtenu par recollement d'une 'hyper-assemblée' neuronale (c'est-à-dire assemblée d'assemblées, ... d'assemblées neuronales). Et nous allons voir que la dégénérescence du code neuronal a pour conséquence l'existence, en plus des liens n -simples, de liens n -complexes qui 'émergent' au niveau $n+1$.

1.6. Principe de multiplicité. Liens complexes

La dégénérescence du code neuronal signifie qu'un objet mental O peut activer différentes assemblées P de neurones selon le contexte, ces assemblées pouvant être de structures différentes. Ceci se traduit dans MENS par le fait que le cat-neurone M_O modélisant O est la colimite dans MENS de chacun de ces patterns P. Nous verrons (Section 2.1) que cette 'dégénérescence' s'étend aux cat-neurones en le :

*Principe de Multiplicité**. Dans MENS, il existe des cat-neurones qui sont n -multiformes au sens suivant : Un cat-neurone C de niveau $n+1$ est dit n -multiforme* s'il admet au moins deux décompositions P et Q de niveaux $\leq n$ qui sont *non-interconnectées** (au sens qu'il n'existe pas de gerbe de P vers Q se recollant en l'identité de C) ; le passage de P à Q est alors appelé un *balancement*.

L'existence de cat-neurones n -multiformes entraîne l'existence de *liens n -complexes* entre cat-neurones M et C' obtenus en composant un lien (Q', Q)-simple de M vers C et un lien (P, P')-simple de C vers C', où C intervient avec sa décomposition Q dans le premier et sa décomposition P dans le second. Un tel lien ne se déduit pas des seules propriétés locales des composants de M et C' ; il dépend de la structure globale des niveaux $\leq n$ et représente ainsi des propriétés émergentes au niveau $n+1$. (Cf. Figure 5.)

Remarque. Le Principe de Multiplicité (MP) peut se définir dans toute catégorie hiérarchique H et nous avons prouvé le *Théorème de Complexité** [13] : *MP est nécessaire pour que H ait des objets d'ordre de complexité > 1 , et par suite des liens complexes*. Il s'ensuit que si H n'a pas d'objet multiforme, objets et liens sont obtenus par simple recollement à partir du niveau 0 en une seule étape, ce qui relèverait d'un pur réductionnisme.

Le principe de multiplicité donne une certaine flexibilité à MENS via la possibilité de balancements entre décompositions d'un cat-neurone multiforme, et par suite aussi entre ses ramifications. Il permet qu'un cat-neurone C de niveau $n+1$, par exemple un cat-neurone mémorisant un stimulus (cf. Section 1.1) prenne sa propre *identité complexe* au cours de son existence, malgré le changement de ses composants de niveaux inférieurs : C peut avoir une décomposition P de niveaux $\leq n$ qui change progressivement pendant

une certaine période tout en conservant C comme colimite, puis éventuellement s'en détache ; il peut aussi y avoir à un certain instant t' un balancement de P vers une autre décomposition Q de C. Ceci explique que MENS puisse développer une mémoire à long terme qui n'est pas perturbée par le 'bruit' ambiant tout en restant flexible et assez plastique pour s'adapter aux changements. (Cf. Figure 6.)

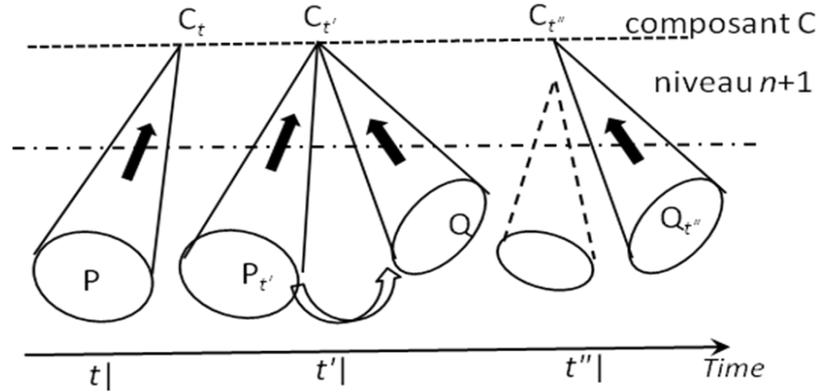


Figure 6. Identité complexe d'un cat-neurone

1.7. Le rôle du temps dans les relations entre physique et mental

Une des caractéristiques de MENS est de réunir dans un même modèle le système neuronal physique et le système mental-cognitif, les objets et processus mentaux y étant présentés sous la forme 'symbolique' de cat-neurones. Une autre caractéristique, qui lui est d'ailleurs liée, est que le temps y joue un rôle essentiel.

MENS étant un Système Evolutif, le temps apparaît déjà pour mesurer les changements de structure via les transitions. Mais il intervient de manière plus 'interne' via les délais de propagation des liens.

Dans NEUR, un lien c de N vers N' , c'est-à-dire un chemin synaptique, a un *délai de propagation* d (somme des délais de propagation des synapses le composant) ; ainsi une activation de N en t ne sera pas transmise à N' avant l'instant $t+d$: une action entre neurones n'est pas instantanée. De c peut être *actif* ou *passif* selon qu'il transmet ou non une activation en t . Il en est de même dans MENS car les délais de propagation s'étendront aux liens entre cat-neurones, qui peuvent aussi être actifs ou passifs en t .

L'activation d'un cat-neurone C en t peut se faire par l'intermédiaire d'un lien actif entre cat-neurones, ou directement à partir du niveau neuronal. Mais dans tous les cas, l'activation nécessite l'activation physique d'une hyper-assemblée neuronale, et elle doit se faire via une ramification de C. Avec les notations de la Figure 7, le processus est le suivant : l'activation part des assemblées neuronales Π_i appartenant à la base de la ramification ; chacune active synchroniquement le cat-neurone P_i qui est sa colimite via le cône-colimite de base Π_i ; ensuite P s'active synchroniquement, d'où l'activation de sa colimite C. Par suite des délais de propagation des liens, chacune de ces étapes a une certaine durée, d'où une *durée d'activation* de C d'autant plus grande que l'ordre de complexité de C est élevé.

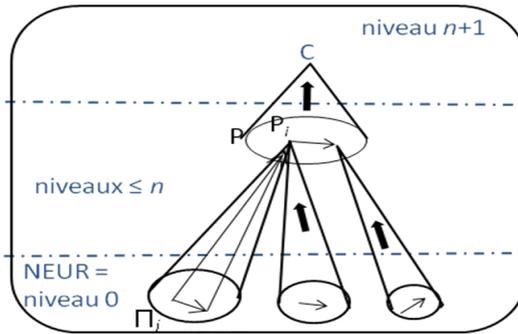


Figure 7. Une ramification de C ; sa base $\{\Pi_i\}_i$ est une réalisation physique de C

Ainsi un cat-neurone multiforme admet plusieurs réalisations physiques correspondant aux hyper-assemblées neuronales obtenues par déroulement d'une de ses ramifications. D'où la corrélation entre états physiques et mentaux : les états mentaux émergent de manière dynamique d'états physiques du cerveau, le processus demandant un certain nombre d'étapes et une certaine durée. Ceci explique en quel sens un cat-neurone (qui représente un état mental) peut causer un évènement physique, et comment les propriétés mentales 'se sur-imposent' (en anglais *supervene*) aux propriétés physiques avec de multiples réalisations physiques (les différentes bases des ramifications d'un cat-neurone) ; ceci est en accord avec ce que Kim appelle "mental causation" [22].

2) Dynamique de MENS. Formation de processus cognitifs d'ordres supérieurs.

Jusqu'ici nous nous n'avons pas analysé comment MENS se construit.

2.1. Construction de MENS par complexifications successives

A la naissance, le système évolutif MENS a déjà un système neuronal développé et il y a certains cat-neurones, en particulier ceux qui représentent des comportements innés. A partir de là, il va se développer, les changements entre 2 instants étant de la forme suivante : élimination de certains (cat)-neurones et liens, et formation (ou préservation, s'ils existent) de cat-neurones recollant des patterns de cat-neurones, *e.g.* pour mémoriser de nouveaux stimuli ou comportements.

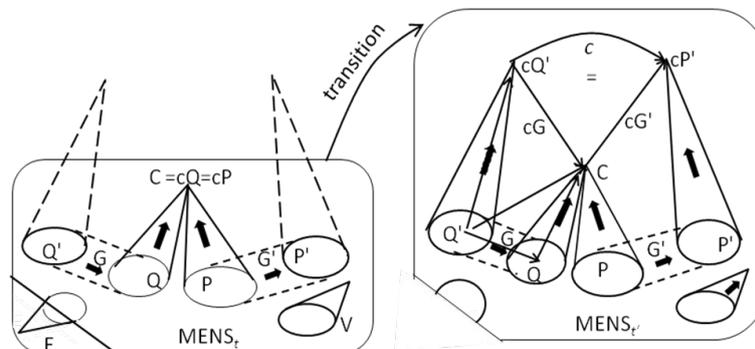


Figure 8. Complexification de $MENS_t$ pour la procédure : supprimer E et recoller les patterns P' et Q' en cP' et cQ' ; sa construction fait apparaître un lien complexe c .

Ceci est modélisé par le processus de *complexification** pour une procédure ayant des objectifs de cette forme. Les transitions dans MENS seront engendrées par de tels processus.

Formellement une *procédure* Pr sur une catégorie H consiste en une partie E de H 'à supprimer', un ensemble de cônes-eolimites à préserver et un ensemble D de patterns P' sans colimite dans H à recoller. La *complexification* K' de K pour Pr est solution du problème universel : construire une catégorie K' et un foncteur partiel q de K dans K' tels que les objectifs de Pr soient atteints dans K'. Dans [12] nous avons montré comment construire K' par récurrence (pour plus de précisions, se reporter à l'Appendice). La complexification peut faire apparaître des liens complexes dans K'. (Cf. Figure 8.)

Un résultat important que nous avons prouvé dans [13] est le

Théorème d'Emergence. *Si une catégorie hiérarchique vérifie le Principe de Multiplicité, il en est de même pour une de ses complexifications, et celle-ci peut faire émerger des objets d'ordre de complexité croissant et des liens complexes entre eux. Deux complexifications successives ne peuvent pas toujours se réduire à une seule.*

La dernière partie du théorème provient du fait que les liens complexes qui apparaissent dans la première complexification introduisent de nouvelles propriétés émergentes, jouant ainsi le rôle de "*change in the conditions of change*" (Popper [24]), dont les conséquences pour la complexification suivantes sont initialement imprévisibles.

Appliqué à MENS, ce théorème montre que, au cours du temps, des complexifications successives font apparaître des cat-neurones d'ordre de complexité croissant, liés par des liens complexes. En particulier ceci permettra le développement d'une mémoire intégrative, le *noyau archétypal* que nous considérerons dans la Section 2.3.

2.2. Mémoire et Co-régulateurs

On sait que différentes zones ou modules du cerveau opèrent selon des règles particulières, et leur dynamique spécifique a fait l'objet de modèles mathématiques classiques, utilisant souvent des systèmes d'équations différentielles non-linéaires où interviennent les activités des neurones et les durées de propagation et forces des synapses. La dynamique globale du système neuronal est modulée par les interactions entre ces dynamiques locales.

Il en est de même pour MENS, dont la dynamique globale est modulée par les interactions plus ou moins compétitives entre les dynamiques locales de différents sous-systèmes évolutifs de MENS, appelés *co-régulateurs* (faisant de MENS un système multi-agents). Ils sont basés sur (c'est-à-dire ils ont au moins une ramification dont la base est contenue dans) des modules ou zones cérébrales différenciées plus ou moins étendues (*e.g.* aires sensorielles, proprioceptives, motrices, associatives, mais aussi unités de traitement ou unités conscientes au sens de Crick [7], etc.) ; par exemple des *co-*

régulateurs évaluateurs basés sur des noyaux de l'hypothalamus et du système limbique, évaluent les états internes et émotionnels.

MENS a aussi une *mémoire* à long terme, à la fois robuste et flexible, que les co-régulateurs utilisent et aident à développer. Cette mémoire est modélisée par un sous-système évolutif hiérarchique de MENS dont les cat-neurones mémorisent des objets, états et processus mentaux, et des connaissances diverses. Comme expliqué précédemment cette mémoire est plastique pour s'adapter au changement.

La mémoire admet un sous-système évolutif formant une *mémoire procédurale* dont les cat-neurones Pr mémorisent des procédures de toutes natures (schémas sensori-moteurs, comportements, actions diverses,...) ; Pr se réalise via un *pattern d'effecteurs* qu'il peut activer. Il se forme aussi une *mémoire sémantique* où les cat-neurones de la mémoire sont classifiés en classes d'invariance appelées *concepts* [14].

Chaque co-régulateur a son propre niveau de complexité (celui auquel appartiennent ses cat-neurones), sa propre échelle de temps discrète selon laquelle il opère par étapes, et un accès différentiel à la mémoire, en particulier pour rappeler ses *procédures admissibles* dont il peut commander directement les effecteurs.

La dynamique locale d'un co-régulateur CR pendant une de ses étapes se déroulant sur un intervalle J se divise en plusieurs phases plus ou moins entremêlées :

1. Formation du *paysage* L_J du CR sur J qui rassemble les informations que CR peut recueillir via les liens b de MENS activant des cat-neurones du CR pendant l'étape. Par exemple en présence d'un nouvel objet S si CR est basé sur les zones reconnaissant la couleur, le paysage ne contient que les informations relatives aux couleurs de S . Le paysage est modélisé par un système évolutif sur J dont la catégorie L_t en un $t \in J$ est définie comme suit : ses objets sont les liens b vers CR qui sont actifs en t ; les flèches de b vers c sont définies par un couple (g, f) de flèches, où f est un lien de CR et $bf = gc$, de sorte que l'on ait un carré commutatif ; la composition est la composition 'verticale' des catrés. (Cf. Figure 9.)

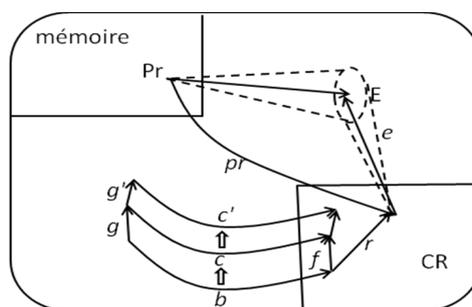


Figure 9. Paysage L_J de CR : sa configuration L_t a pour objets les liens b, c, pr, \dots activant CR en t (flèches courbes) et ses flèches sont les carrés commutatifs entre eux.

2. A l'aide de ces informations et du résultat d'expériences antérieures qui ont été mémorisées, une procédure admissible Pr est choisie via un lien pr de Pr vers CR pour

répondre de manière adéquate ; dans l'exemple, si S a des couleurs non mémorisées, formation de nouveaux cat-neurones recollant les patterns activés par ces couleurs.

3. Si Pr est une procédure admissible pour CR, celui-ci peut directement activer ses effecteurs (via e sur la Figure 9). La réalisation de ces commandes pendant la durée de l'étape peut se calculer à l'aide de modèles classiques, par exemple équations différentielles du type "Cohen-Grossberg-Hopfield avec délais" [6]. Le paysage anticipé à l'étape suivante est modélisé par la complexification de L_J relativement à pr .

4. Au début de l'étape suivante, évaluation du résultat obtenu par comparaison du paysage attendu avec le nouveau paysage. La mémorisation du résultat sera un des objectifs de cette nouvelle étape.

Dans les co-régulateurs de niveaux inférieurs, le choix de procédure est automatique ; des co-régulateurs supérieurs ont plusieurs procédures admissibles et peuvent éventuellement en créer de nouvelles par complexifications. On parle de *fracture* pour un co-régulateur s'il ne trouve pas de procédure ou si la procédure choisie n'a pas le résultat escompté.

Les commandes envoyées à des effecteurs par les différents co-régulateurs à un instant donné peuvent ne pas être cohérentes, chaque co-régulateur ayant son propre rythme et sa logique. Les objectifs définissant la procédure opérative appliquée au système résulteront d'un processus d'équilibration, le *jeu entre les co-régulateurs* dans lequel les co-régulateurs évaluateurs peuvent avoir un rôle important. Ce jeu ne semble pas quantifiable, d'autant qu'il a une certaine flexibilité venant de la possibilité de balancement entre ramifications des commandes ; de plus il doit respecter les différentes contraintes temporelles ("lois de synchronicité" [14]) des co-régulateurs qui ont des durées d'étapes différentes. D'où le risque de fractures pour certains co-régulateurs.

2.3. Noyau Archétypal

Comme nous venons de le voir les co-régulateurs peuvent être en conflit. Pour développer des processus cognitifs d'ordre supérieur, il faut que des co-régulateurs relatifs à différentes modalités coopèrent. Ceci va être possible grâce au rôle moteur que jouera le *Noyau Archétypal*, noté AC, un sous-système évolutif de la mémoire constituant un mémoire intégrative dont l'activation peut se diffuser dans tout le système via les décompositions de ses cat-neurones.

Nous avons anticipé son existence dès 1999, mais sans pouvoir lui assigner une base neuronale précise. Cette base est une partie centrale et intégrative du cerveau, le *noyau structural* (abrégé en NS), qui n'a été découvert qu'en 2008 par Hagmann & al. [17] :

"Our data provide evidence for the existence of a structural core in human cerebral cortex. This complex of densely connected regions in posterior medial cortex is both spatially and topologically central within the brain."

"The structural core of the brain may have a central role in integrating information across functionally segregated brain regions."

Ainsi AC sera construit par complexifications successives de NS. D'après le Théorème d'Emergence (cf. Section 2.1) celles-ci permettent la formation de cat-neurones ayant un ordre de complexité élevé, avec de nombreuses ramifications basées sur NS. La forte connectivité de NS entraîne que ces cat-neurones 'archétypaux' peuvent recoller des mémoires significatives de modalités différentes, tant sensorielles, corporelles, motrices, avec leur arrière-plan émotionnel. Ils sont liés dans AC par des liens complexes rapides et forts qui forment des *boucles archétypales*.

Ces boucles auto-entretiennent leur activation pendant une certaine période, ce qui permet de la diffuser dans MENS. En effet, l'activation d'un cat-neurone archétypal A s'étend à une partie de AC à l'aide de boucles archétypales auto-entretenuës qui la maintiennent pendant une certaine durée. Elle se propage à une décomposition P de A, puis, par balancement, à une autre Q ; et le processus se répète à des niveaux inférieurs via décompositions successives et balancements. D'où l'activation persistante d'une large partie de MENS.

AC est une mémoire intégrative du "Soi", qui joue un rôle moteur dans le développement de processus cognitifs d'ordre supérieur en permettant une coopération efficace entre co-régulateurs 'intentionnels' ; un co-régulateur est dit *intentionnel* s'il est basé sur des aires associatives du cortex et directement lié à AC. (Cf. [14, 11]).

2.4. Formation d'un macro-paysage

Un évènement significatif ou inattendu (tel un problème à résoudre, ou une fracture dans un co-régulateur intentionnel ou évaluateur) va susciter une augmentation de l'attention qui se traduit par l'activation d'une partie du noyau structural NS. L'activation se transmet à des cat-neurones archétypaux A basés sur cette partie, puis se diffuse comme expliqué précédemment.

En particulier certains co-régulateurs intentionnels CR_i sont activés et il se forme un 'macro-co-régulateur' mCR unissant les CM_i ainsi que les liens entre leurs cat-neurones. La construction du paysage d'un co-régulateur s'étend à mCR, d'où un *macro-paysage* Map qui unit et étend les paysages des CR_i . (Cf. Figure 10.)

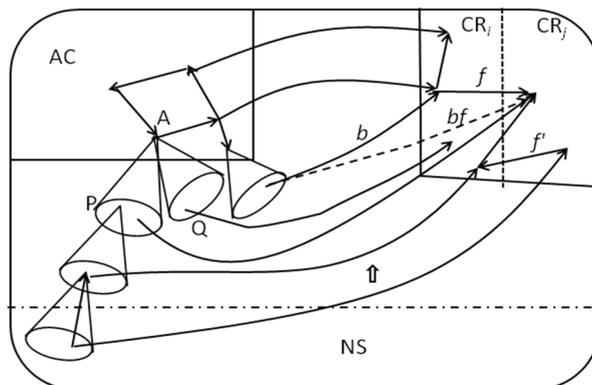


Figure 10. Formation du macro-paysage Map à partir d'une activation de NS qui 'remonte' à AC, puis s'étend. Les flèches courbes représentent les composants de Map.

Remarque. Map peut être comparé au "global working space" de Dehaene *et al.* [8], au "dynamic core" de Tononi & Edelman [26], ou au "Global Workspace" de Baars [2] qui est "closely related to conscious experience, though not identical to it".

Le système évolutif Map unit et étend spatialement et temporellement les paysages L_i des divers CR_i . En effet, il a d'abord pour composants les composants des L_i , c'est-à-dire les liens actifs b arrivant à CR_i ; à l'aide des liens f de mCR, les informations transmises par b sont retransmises à un autre CR_j (via bf), et bf devient aussi un composant de Map. Comme les informations recueillies proviennent de l'activation diffusée par AC à divers niveaux, Map contient non seulement des informations relatives à des niveaux supérieurs ('conscients'), mais aussi des informations relatives à des niveaux inférieurs non conscients (émotions, réflexes, mouvements automatiques ou involontaires...).

La durée de Map est plus longue que celles des étapes des CR_i . L'activation de ses composants provient de celle de cat-neurones archétypaux A, laquelle est maintenue et renouvelée par l'auto-activation des boucles archétypales. Si A est activé en t , sa réactivation via une boucle archétypale n'interviendra qu'après un certain temps en raison des délais de propagation des liens et du délai d'activation d'un cat-neurone d'ordre de complexité élevé. Inversement, Map recueille aussi des informations sur le passé via les liens venant de décompositions successives de cat-neurones archétypaux A, dont l'activation a dû précéder celle de A. Ainsi Map permet l'extension des processus de rétention et protention décrits par Husserl [20] :

"À tout moment, il y a dans la conscience une présence des phénomènes passés tout comme il y a une anticipation ou une projection du futur. Il y a dans le présent une rétention du passé (rétention primaire si c'est un passé immédiat, rétention secondaire si c'est un souvenir plus lointain) et une protention du futur (de ce qui va immédiatement arriver)."

2.5. Processus cognitifs d'ordre supérieur

Un processus cognitif d'ordre supérieur, disons conscient ou créatif, débute par une augmentation de l'attention qui conduit (comme indiqué dans la section précédente) à la formation d'un macro-paysage Map.

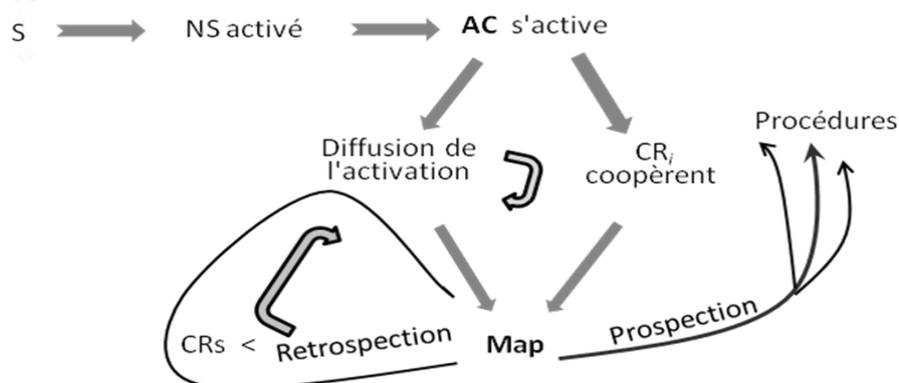


Figure 11. Formation de Map où se déroulent rétrospection et prospection.

Dans Map il se développe deux processus qui étendent les processus husserliens et peuvent alterner ou se combiner [14, 11]. (Cf. Figure 12.)

(i) Un processus de *rétrospection* vers le passé, utilisant la mémoire, cherche à 'donner sens' à la situation présente ; par exemple recherche par abduction des causes d'une fracture, rappel de diverses connaissances relatives à un problème ou d'expériences antérieures analogues. Ceci utilise en particulier les informations contenues dans Map relatives au passé et à des états mentaux inconscients (venant de cat-neurones de niveaux inférieurs). Les interactions entre les différents co-régulateurs intentionnels intéressés au problème conduisent à l'extension de Map.

(ii) Un processus de *prospéction* (en vue du futur) se développe à partir de Map. Il consiste à chercher des (suites de) procédures sur Map pour répondre au problème, à 'simuler' (dans Map) les complexifications associées et à les évaluer par comparaison avec des connaissances antérieures. La prospéction peut d'abord chercher plus ou moins simultanément diverses procédures ('*divergent thinking*'), puis se fixer sur l'une d'entre elles ('*convergent thinking*').

Ces deux processus se répètent jusqu'au choix d'une procédure finale. Ils peuvent d'ailleurs se poursuivre dans Map de manière 'inconsciente' pendant une phase d'incubation, et conduire finalement à un "insight" par surgissement de la solution dans un nouveau macro-paysage.

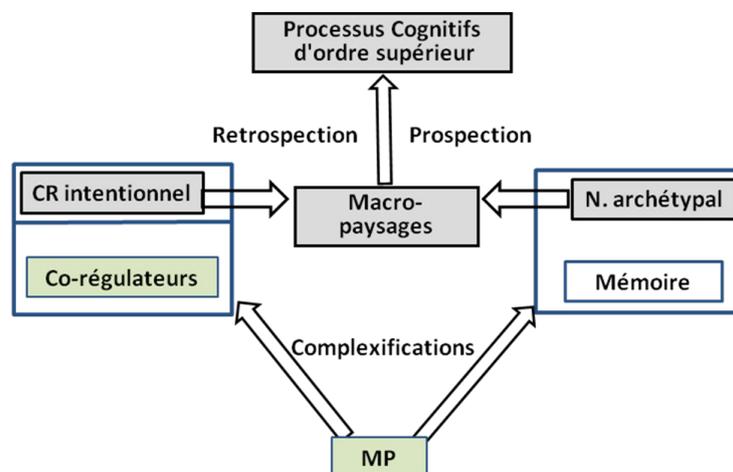


Figure 12. Modèle MENS : du Principe de Multiplicité (MP) aux processus cognitifs d'ordre supérieur, via AC et Map

La créativité "combinatoire" ou "exploratoire" de Boden [4] ou le "*coherent blending*" de Fauconnier & Turner [16] sont des exemples de processus créatifs obtenus par simples complexifications qui ajoutent, suppriment ou/et combinent des composants. Par contre la créativité "transformationnelle" de Boden [4] nécessite la formation de complexifications itérées, avec intervention de liens complexes qui rendent imprévisibles le résultat final (d'après le Théorème d'Emergence, Section 2.1).

Exemple. Une illustration d'un processus créatif simple est donné par le film de Clouzot "Le Mystère de Picasso" (1958) où le peintre réalise en temps limité une toile représentant une plage. On y distingue la formation de 3 macro-paysages consécutifs :

Le projet de peindre une plage active une partie du noyau archétypal AC du peintre, d'où formation de Map₁. Des souvenirs liés à une plage et aux techniques picturales y sont retrouvées par rétrospection, puis par prospection, le peintre choisit une procédure Pr₁ à long terme pour peindre une plage, en recrutant des co-régulateurs visuels, moteurs, évaluateurs. Sa réalisation se fait par une suite de complexifications simples qui ajoutent, suppriment ou modifient divers motifs et personnages, sans réelle cohérence. D'où une fracture dans Map₁ : le peintre parle d'un "drame".

Cette fracture réactive AC, ce qui déclenche la formation de Map₂ où le peintre cherche par rétrospection à comprendre le problème, puis, par prospection choisit une nouvelle procédure consistant à faire des essais locaux sur de petits papiers collés sur la toile. Au bout de quelques minutes, il l'interrompt en arrachant les collages.

Il s'ensuit la formation de Map₃ : le peintre demande une toile blanche qu'il peint rapidement, sans hésitation jusqu'au tableau final qui reprend divers motifs essayés précédemment, mais réalisés de manière plus stylisée

Conclusion

MENS donne un modèle, basé sur la théorie des catégories, pour un système neuro-cognitif et son fonctionnement dynamique. Sa caractéristique est d'unir et relier le niveau neuronal (physique) et les niveaux mentaux (conceptuels). Un objet mental O y est représenté par un objet multiforme, appelé cat-neurone, qui 'recolle' (au sens catégorique de 'colimite') chacune des hyper-assemblees neuronales que O peut synchroniquement activer. MENS est obtenu par complexifications successives du système neuronal NEUR faisant émerger des cat-neurones de plus en plus complexes et des liens complexes.

Le tableau suivant donne une double traduction (mental et neuronal) des notions utilisées dans MENS.

| MENTAL | MENS | S. NEURONAL |
|---------------------------------------|---|--|
| Simple Objet Mental | (Cat)-neurone niveau 0 Cat-neurone de niveau 1 | Neurone. Assemblée neuronale synchrone |
| "Algèbre des objets mentaux" | Hiérarchie des cat-neurones | Hyper-assemblée neuronale |
| Propriétés Emergentes | Principe de Multiplicité. Liens complexes | Dégénérescence du code neuronal |
| Self | Noyau Archétypal | Noyau structural du cortex |
| Processus cognitifs d'ordre supérieur | Macro-paysage. Rétrospection, Prospection | Global Workspace (Baars) |

La question abordée ensuite est : comment des processus cognitifs d'ordre supérieur émergent-ils du fonctionnement du cerveau ? On montre qu'un rôle essentiel est joué par le *Noyau Archétypal*, une mémoire intégrative centrale qui permet le développement d'un 'macro-paysage' dans lequel se déroulent des processus de *rétrospection* (vers le passé) et de *prospection* (vers le futur). Une application est donnée au développement de processus créatifs, jusqu'à la créativité transformationnelle de Boden [4].

Appendice mathématique

Un *graphe* (orienté) est formé d'un ensemble d'objets (ou *sommets*) et d'un ensemble de *flèches* entre eux, notées $f: A \rightarrow B$ (cf. Figure 1). Un *chemin* du graphe est une suite de flèches consécutives.

Un *homomorphisme* du graphe G vers un graphe G' est une application associant à l'objet A de G un objet FA de G' et à la flèche $f: A \rightarrow B$ de G une flèche $F(f): FA \rightarrow FB$ de G' .

Une *catégorie* est un graphe sur lequel on a défini une *loi de composition* associant à tout couple (f, g) de flèches consécutives $f: A \rightarrow B$ et $g: B \rightarrow C$ une flèche $fg: A \rightarrow C$ appelée leur *composé*. Cette loi vérifie les axiomes:

(i) *Identité*: A chaque objet A est associée une flèche fermée 'identité' $\text{id}_A: A \rightarrow A$ dont le composé avec une flèche de ou vers A est cette flèche;

(ii) *Associativité* : pour tout chemin (f, g, h) on a $(fg)h = f(gh)$. Il en résulte qu'à chaque chemin du graphe est associé un unique composé. Les flèches sont aussi appelées *morphismes* ou, dans des cas concrets, *liens*.

Un *foncteur* F d'une catégorie H vers une catégorie H' est un homomorphisme de graphes qui préserve la composition : $F(fg) = F(f)F(g)$ et les identités : $F(\text{id}_A) = \text{id}_{FA}$.

Un *pattern* (ou *diagramme*) P dans une catégorie H est un homomorphisme d'un graphe sP vers H , c'est-à-dire une famille $(P_i)_i$ d'objets de H indexée par les sommets de sP et des flèches $P(x): P_i \rightarrow P_j$ images des flèches $x: i \rightarrow j$ de sP ; les P_i sont appelés composants de P , et les $P(x)$, *liens distingués* de P .

Un *lien collectif* du pattern P vers un objet A de H , ou *cône* (inductif) de base P et sommet A , est une famille $(s_i: P_i \rightarrow A)_i$ telle que $s_j = P(x)s_i$ pour tout $x: i \rightarrow j$ de sP .

La *colimite* (si elle existe) du pattern P dans H est un objet cP de H tel que les flèches de cP vers un objet A soient en correspondance biunivoque avec les liens collectifs de P vers A ; en particulier on a un *cône-colimite* de P vers cP associé à id_{cP} . (Cf. Figure 2.)

Si P a pour colimite un objet C , on appelle P une *décomposition* de C .

Une *catégorie hiérarchique* est une catégorie H dont chaque objet C est associé à un entier appelé son *niveau de complexité* vérifiant la condition : tout objet C de niveau $n+1$ est la colimite d'au moins un pattern P dont les objets P_i sont de niveaux $< n+1$. (Cf. Figure 4.)

Une *gerbe* G d'un pattern P vers un pattern P' , dans une catégorie H , est un ensemble maximal de flèches entre composants de P et P' tel que :

(i) pour chaque P_i il existe au moins une flèche $g: P_i \rightarrow P'_k$ dans G , et s'il y en a plusieurs elles sont jointes par un zig-zag de liens distingués de P' ;

(ii) le composé d'un lien g de la gerbe avec un lien distingué de P (à gauche) ou de P' (à droite) est dans la gerbe.

Si P a une colimite cP et P' une colimite cP' , la gerbe G '*se recolle*' en une unique flèche $cG: cP \rightarrow cP'$ telle que $c_i cG = g c'_k$ où $(c'_k)_k$ est le cône-colimite de P' . (Cf. Figure 5.)

Des patterns P et Q ayant la même colimite C sont dits *non-interconnectés* s'il n'existe pas de gerbe entre eux se recollant en l'identité de C .

Un *objet multiforme* d'une catégorie hiérarchique H est un objet C qui est colimite d'au moins deux patterns non-interconnectés de niveaux strictement inférieurs à celui de C .

Le *Principe de Multiplicité* (MP) est vérifié dans H s'il existe des objets multiformes.

Un *Système Evolutif* K est formé de :

(i) une *échelle de temps* modélisée par une partie T finie ou non de la droite réelle ;

(ii) pour chaque t de T une catégorie K_t appelée *configuration* de K en t ;

(iii) pour $t < t'$ dans T , un foncteur *transition* $k_{tt'}$ d'une sous-catégorie de K_t vers $K_{t'}$, ces foncteurs vérifiant l'axiome de transitivité, où $t < t' < t''$: Si $k_{t't''}(A_{t'}) = A_{t''}$ est défini, alors $k_{tt''}(A_t)$ est défini si et seulement si $k_{t't''}(A_{t'})$ est défini. (Cf. Figure 3.)

K est un *système évolutif hiérarchique* si de plus les K_t sont hiérarchiques et les transitions préservent les niveaux.

Processus de Complexification. Une *procédure* (ou *pro-esquisse*) Pr sur la catégorie H est une donnée (E, U, D) où : $E =$ partie de H , $U =$ ensemble de cônes (inductifs) V dans H , et $D =$ ensemble de patterns P' sans colimite dans H .

La *complexification* K' de K pour Pr est solution du problème universel : construire une catégorie K' et un foncteur partiel q de K dans K' tels que : q est défini sur la plus grande sous-catégorie de K ne contenant pas E , les images $q(V)$ des cônes V sont des cônes-colimite et $q(P')$ admet une colimite dans K' .

Pour construire K' , on associe à Pr une *esquisse* obtenue en ajoutant à $K \setminus E$ un cône de base P' et de sommet cP' pour chaque P' dans D , les cônes distingués étant ces cônes et les cônes V . Alors K' est le prototype de cette esquisse (construit dans [3]). La construction se fait par récurrence, en ajoutant à chaque étape les flèches voulues pour 'forcer' les cônes à devenir colimite et pour avoir une catégorie, ce qui peut introduire des liens complexes. (Cf. Figure 8.)

References

- [1] Baars, B. J., 1997, *In the theatre of consciousness: The workspace of the mind*, Oxford University Press.
- [2] Barlow, H.B., 1972, Single units and sensation: A neuron doctrine for perceptual psychology? *Perception* 1, 371-394.
- [3] Bastiani(-Ehresmann), A & Ehresmann, C., 1972, Categories of sketched structures, *Cahiers Top. et Géom. Dif.* XIII-2, 105-214.
- [4] Boden, M.A., 2004, *The creative mind; myths and mechanisms* (2nd edition). Routledge.
- [5] Changeux, J.-P., 1983, *L'homme neuronal*, Fayard, Paris.
- [6] Chen, Tianping. & Rong, Libin, 2003, Delay-independent stability analysis of Cohen–Grossberg neural networks, *Physical Letters A*, Vol. 317, Issues 5–6, 436–449.
- [7] Crick, F., 1994, *The Astonishing Hypothesis*, Macmillan Publishing Company, New York.
- [8] Dehaene, S., Kerszberg, M. & Changeux, J.-P., 1998, A neuronal model of a global workspace in effortful cognitive tasks, *Proc. Natl. Acad. Sc. USA* 95, 14529.
- [9] Edelman, G.M., 1989, *The remembered Present*, Basic Books, New York.
- [10] Ehresmann, A.C., 1996, Colimits in free categories, *Diagrammes*, 37, 1-10.
- [11] Ehresmann, A.C., 2012, MENS, an Info-Computational Model for (neuro)-cognitive systems capable of creativity, *Entropy* 14, 1703-1716.
- [12] Ehresmann, A.C. & Vanbremeersch J.-P., 1987, Hierarchical Evolutive Systems: A mathematical model for complex systems, *Bull. of Math. Bio.* 49 (1), 13-50.
- [13] Ehresmann, A.C. & Vanbremeersch J.-P., 1996, Multiplicity Principle and emergence in MES, *Journal of Systems Analysis, Modelling, Simulation* 26, 81-117.
- [14] Ehresmann, A.C. & Vanbremeersch J.-P., 2007, *Memory Evolutive Systems: Hierarchy, Emergence, Cognition*, Elsevier.
- [15] Eilenberg, S. & MacLane, S., 1945, General theory of natural equivalences, *Transactions of the American Mathematical Society*, Vol. 58, 231-94.
- [16] Fauconnier, G. & Turner, M., 2012, *The way we think*. Basic Books.
- [17] Hagmann, P., Cammoun, L., Gigandet, X., Meuli, R., Honey, C.J., Wedeen, V.J., Sporns, O., 2008, Mapping the Structural Core of Human Cerebral Cortex. *PLoS Biology* 6(7), 1479–1493

- [18] Hebb, D. O., 1949, *The organization of behaviour*, Wiley, New York.
- [19] Hubel, D.H. & Wiesel, T.N., 1962, Receptive fields..., *J. Physio.* 160 (1), 106-154.
- [20] Husserl, E., 1904, *Leçons pour une phénoménologie de la conscience intime du temps*, PUF, Paris, 1964.
- [21] Kan, D. M., 1958, Adjoint Functors, *Trans. Am. Math. Soc.* 89, 294-329.
- [22] Kim, J., 1998, *Mind in a Physical World: An Essay on the Mind-Body Problem and Mental Causation*, M.I.T. Press. Cambridge, Massachusetts.
- [23] MacLane, S., 1971, *Categories for the Working Mathematician*, Springer.
- [24] Popper, K., 2002, *The Poverty of Historicism*, Routledge Classics, London.
- [25] Rosen, R., 1985, Organisms as causal systems which are not mechanisms, in *Theoretical Biology and Complexity*, Acad. Press, New York, 165-203.
- [26] Tononi, G. & Edelman, G.M., 1998, Consciousness and Complexity, *Science* 282, n° 5395, 1846-1851.