AFSCET

Res-Systemica

Revue Française de Systémique

Fondée par Evelyne Andreewsky

Volume 17, automne 2017

Robert Vallée, pionnier français de la cybernétique

Res-Systemica, volume 17, article 01

Trois Notes aux Comptes Rendus de l'Académie des Sciences sur l'opérateur d'observation, publiées en 1951.

Robert Vallée

7 pages

Source gallica.bnf.fr / Bibliothèque nationale de France

l'expression

$$k = \sigma^2 \,|\, V \cos\theta \,|\, \sin\theta = \sigma^2 \left| \frac{x}{\cos\eta} \right| \sin\theta,$$

le domaine Ω étant défini par la condition $x/\cos\eta < 0$, puisque le choc se produit seulement si la composante normale de la vitesse relative est négative.

En tenant compte de l'invariance des équations (I), (II), (III) pour les substitutions $\bar{\eta} = \pi - \eta$, $\bar{\varphi} = \pi + \varphi$, $\bar{z} = -z$, on obtient le terme intégral $\mathcal{J}$ sous la forme très maniable

$$\mathcal{J} = \sigma^2 \int_0^{2\pi} d\varphi \int_0^{\infty} dt \iiint_{-\infty}^{+\infty} (f'_1 f'_2 - f_1 f_2) \,|\, x \,|\, dx\, dy\, dz.$$

PHYSIQUE THÉORIQUE. — *Sur deux classes d'« opérateurs d'observation ».* Note (*) de M. **Robert Vallée**, présentée par M. Louis de Broglie.

On décrit deux types d'opérateurs linéaires, se correspondant dans une dualité entre les variables spatiotemporelles d'une part et les variables de « fréquence d'espace » et de fréquence temporelle d'autre part. Des cas particuliers de ces opérateurs sont fréquemment rencontrés dans tous les domaines de l'observation, ils jouent, de plus, en théorie de l'information, un rôle important.

La description spatiotemporelle d'un phénomène physique peut être faite à l'aide d'un ensemble de fonctions du point et de l'instant. Bornons-nous au cas où une seule fonction $f(x, y, z, t)$ suffit à cette description, les autres cas pouvant y être ramenés.

Ce qu'un processus expérimental, lequel peut se réduire au simple usage des sens, nous permet d'atteindre, ce n'est pas $f(x, y, z, t)$, mais une autre fonction $g(x, y, z, t)$. Cette dernière constitue une image généralement déformée du phénomène, à partir de laquelle il n'est pas toujours possible de reconstituer le « réel ». Pour un processus expérimental donné le passage de $f(x, y, z, t)$ à $g(x, y, z, t)$ résulte de l'application à $f(x, y, z, t)$ d'un « opérateur d'observation » $\mathcal{O}$:

$$g(x, y, z, t) = \mathcal{O}\{f(x, y, z, t)\}.$$

Nous bornant au domaine linéaire, nous allons envisager deux classes, très générales, d'« opérateurs d'observation ». Soit $\varphi(\lambda, \mu, \nu, \omega)$ la transformée de Fourier, à quatre variables, de $f(x, y, z, t)$ et $\gamma(\lambda, \mu, \nu, \omega)$ celle de $g(x, y, z, t)$ [1]. Par définition, les « opérateurs d'observation » de la

(*) Séance du 12 novembre 1951.

[1] Supposant $f(x, y, z, t)$ et $g(x, y, z, t)$ de carrés sommables, nous avons

$$\varphi(\lambda, \mu, \nu, \omega) = \frac{1}{(2\pi)^4} \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} f(x, y, z, t)\, e^{-j(\lambda x + \mu y + \nu z + \omega t)}\, dx\, dy\, dz\, dt$$

et une relation analogue concernant $\gamma(\lambda, \mu, \nu, \omega)$ et $g(x, y, z, t)$.

première classe, ou opérateurs de « filtrage », font passer de $\varphi(\lambda, \mu, \nu, \omega)$ à $\gamma(\lambda, \mu, \nu, \omega)$ par

$$\gamma(\lambda, \mu, \nu, \omega) = Z(\lambda, \mu, \nu, \omega)\,\varphi(\lambda, \mu, \nu, \omega). \tag{1}$$

Ces opérateurs admettent comme cas particuliers les fonctions de transfert $Z(\omega)$ des appareils enregistreurs temporels (galvanomètre par exemple) et les « fonctions de transfert » $Z(\lambda, \mu, \nu)$ des enregistreurs spatiaux (appareil photographique par exemple) [2].

Les opérateurs de la seconde classe, ou « opérateurs de champ », font passer de $f(x, y, z, t)$ à $g(x, y, z, t)$ par

$$g(x, y, z, t) = A(x, y, z, t)\,f(x, y, z, t). \tag{2}$$

Ces opérateurs admettent, comme cas particuliers, les opérateurs $A(t)$ rencontrés en radioélectricité sous le nom d'opérateurs de commutation. Le procédé d'observation qu'est la stroboscopie fait appel à des opérateurs du même type, pour lesquels $A(t)$ est une fonction nulle partout sauf en des instants régulièrement espacés. Les opérateurs $A(x, y, z)$, qui limitent le champ spatial d'une observation, entrent dans ce cadre. Le procédé d'observation par « prélèvement spatial » fait intervenir des opérateurs pour lesquels $A(x, y, z)$ est nulle partout sauf sur certains points.

Il existe, entre les opérateurs Z et les opérateurs A une dualité évidente, c'est elle qui fait se correspondre les variables d'espace et de temps (x, y, z, t) et les variables de « fréquence spatiale » et de fréquence temporelle $(\lambda, \mu, \nu, \omega)$. Les opérateurs Z et A permettent d'interpréter de nombreux modes d'observation. Les opérateurs plus généraux, du type AZ et du type ZA, conduisent à des interprétations plus profondes [3]. En particulier, les opérateurs du type ZA, produits d'un « filtrage » par une « limitation de champ », jouent un rôle important, spécialement en théorie de l'information.

PHYSIQUE THÉORIQUE. — *Sur les largeurs de raies et la structure hyperfine dans les spectres de rayons* X. Note de M. **Daniel Curie**, présentée par M. Frédéric Joliot.

Pour mettre en accord avec l'expérience la théorie de la structure hyperfine des spectres d'émission X, on a repris la théorie de la largeur des raies spectrales, dans le cas où la distance de deux niveaux est inférieure à leur largeur. On a constaté de plus que les largeurs des raies K calculées suivant le modèle usuel quasi-hydrogénoïde sont trop petites d'un facteur 2.

Fermi, puis Breit [1], ayant étudié théoriquement la décomposition hyper-

---

(2) A rapprocher de : D. M. Mac Kay, *Phil. Mag.*, 1950, p. 297.

(3) Notons que, en général, il n'y a pas commutation $AZ \neq ZA$.

(1) *Zeits. für Phys.*, 60, 1930, p. 320; *Phys. Rev.*, 35, 1930, p. 1447.

b. Au Parc Saint-Maur et à Nantes $\overline{h}$ et $\overline{h'}$ sont maxima le 3e jour de la Lune et minima le 18e.

c. En Alger, au contraire, $\overline{h}$ et $\overline{h'}$ sont minima vers le 4e et le 24e jour de la Lune et maxima vers le 15e et le 29e.

4. J'ai songé à un effet de la marée, mais, d'une part, les périodes obtenues au Parc Saint-Maur et à Nantes sont doubles de celles de la marée, d'autre part, l'étude de la corrélation entre le coefficient de la marée et $\overline{h}$, $\dot{p}$ et $\overline{h'}$ révèle que ces dernières quantités sont indépendantes de la première.

5. Les variations de p sont moins nettes, bien qu'au Parc Saint-Maur la chance d'un jour sec soit un peu plus grande à la pleine Lune.

6. L'examen, par la méthode de M. et Mme Labrouste, du procédé d'étude utilisé a révélé l'extrême sélectivité de celui-ci. Il ne détecte que les périodes quotients entiers de la lunaison, mais ne peut créer un harmonique si ce dernier n'existe pas.

PHYSIQUE THÉORIQUE. — « *Opérateurs d'observation* » *et théorie de l'information*. Note (*) de M. **Robert Vallée**, présentée par M. Louis de Broglie.

On établit l'expression de la quantité d'information maximum à laquelle peut conduire l'emploi de certains « opérateurs d'observation ». Cette relation admet divers cas particuliers, parmi lesquels, l'expression du débit maximum de quantité d'information compatible avec une voie de transmission donnée, telle que l'a fournie Shannon.

Dans une Note précécente (1) nous avons souligné l'intérêt de certains « opérateurs d'observation » linéaires. Les premiers, ou opérateurs de « filtrage », multiplient la transformée de Fourier à quatre variables $\varphi(\lambda, \mu, \nu, \omega)$ de la fonction $f(x, y, z, t)$, décrivant (2) le phénomène à observer, par une fonction $Z(\lambda, \mu, \nu, \omega)$. Les seconds, ou opérateurs de « limitation de champ », multiplient la fonction sur laquelle ils agissent par une fonction $A(x, y, z, t)$.

Nous allons schématiser un grand nombre de processus d'observation par l'application successive à la fonction $f(x, y, z, t)$, décrivant le phénomène, d'un opérateur $Z(\lambda, \mu, \nu, \omega)$ et d'un opérateur $A(x, y, z, t)$, ces deux opérations étant suives de l'addition d'une fonction $b(x, y, z, t)$. Il y aura donc dans ce schéma : « filtrage », « limitation de champ » et finalement addition d'une « fonction de bruit » (suite d'opérations interprétable dans un espace de Hilbert). Nous supposons $Z(\lambda, \mu, \nu, \omega)$ et $A(x, y, z, t)$ nulles hors de

(*) Séance du 12 novembre 1951.

(1) *Comptes rendus*, 233, 1951, p. 1350.

(2) C'est un ensemble de fonctions qui est nécessaire, mais le cas d'une seule fonction est suffisamment représentatif et d'ailleurs facile à généraliser.

domaines [3] d'extensions respectives Δ_1 et D. Nous supposons enfin $f(x, y, z, t)$ et $b(x, y, z, t)$ aléatoires stationnaires [4] par rapport aux quatre variables, les valeurs moyennes quadratiques étant F et B.

Dans ces conditions il est possible d'établir que la quantité d'information maximum, concernant le phénomène observé, à laquelle le processus d'observation envisagé peut conduire est [5]

$$I = 4\pi n \Delta D \operatorname{Log}_2 \frac{F}{B}, \tag{1}$$

n étant le nombre des variables (x, y, z, t) intervenant effectivement et Δ l'extension de l'hyperparallélépipède minimum circonscrit au domaine Δ_1.

L'opération de transmission de signaux le long d'une ligne, qui peut d'ailleurs intervenir comme élément intermédiaire dans un processus d'observation, est un cas particulier pour lequel on a, en accord avec Shannon,

$$I = 4\pi\Omega T \operatorname{Log}_2 \frac{F}{B}, \tag{1'}$$

Ω étant la bande passante de la ligne et T la durée de transmission. L'opération d'enregistrement d'une scène immobile, à deux dimensions d'espace, sur une surface plane (photographie, par exemple) est encore un cas particulier pour lequel

$$T = 8\pi\Sigma S \operatorname{Log}_2 \frac{F}{B}, \tag{2''}$$

Σ étant l'aire du parallélogramme minimum circonscrit au domaine de « fréquences spatiales » non éliminées par l'appareil [6] et S l'aire du champ. L'enregistrement cinématographique fournit encore un exemple concret, auquel s'applique la formule générale.

Notons que, du point de vue informationnel, l'effet d'un opérateur $Z(\lambda, \mu, \nu, \omega)$, agissant à l'intérieur d'un domaine d'extension Δ, équivaut à celui d'un opérateur $A(x, y, z, t)$, où A est nulle partout sauf aux nœuds d'un réseau quadridimensionnel dont chaque cellule élémentaire est d'extension $4\pi n/\Delta$. Autrement dit, du point de vue informationnel, l'application de l'opérateur A après

---

(3) Non nécessairement connexes, il peut même s'agir d'ensembles de points très généraux.

(4) Hypothèse moins restrictive qu'il peut paraître.

(5) Ceci précise des idées suggérées par M. D. MAC-KAY, *Phil. Mag.*, 1950, p. 297.

(6) C'est, suivant les cas, l'étendue des taches de diffraction ou celle des grains de la plaque, qui sont l'origine de cette élimination. A rapprocher de : PERROT et BLANC-LAPIERRE, *Comptes rendus*, 231, 1950, p. 539. L'introduction de B peut être due à un défaut d'homogénéité de la substance dont est formée l'objectif, dans le cas de l'enregistrement photographique.

celle de l'opérateur Σ est, dans le cas particulier où nous nous plaçons actuellement, sans aucun effet. On peut énoncer une proposition duale de cette dernière.

PHYSIQUE THÉORIQUE. — *Sur le caractère ouvert de la mécanique ondulatoire.* Note de M^me **Paulette Destouches-Février**, présentée par M. Louis de Broglie.

Une mécanique ondulatoire (théorie essentiellement indéterministe) est une théorie ouverte en ce sens qu'on peut toujours supposer qu'elle laisse échapper des « grandeurs ignorées », dont on peut tenir compte dans une théorie plus complète qui aura nécessairement même structure. Une théorie déterministe est fermée. On examine les propriétés générales d'une théorie déterministe en liaison avec une mécanique ondulatoire.

1. Une théorie Th_1 sera dite *plus complète* qu'une théorie Th_0 s'il existe une grandeur A de Th_1 ignorée par Th_0, la théorie Th_1 fournissant les mêmes prévisions que Th_0 dans le domaine d'adéquation (¹) de Th_0 à partir des mêmes résultats de mesures initiales. Cela signifie qu'il existe dans Th_1 un opérateur $\mathbf{A}$ ayant les propriétés des opérateurs associés aux grandeurs physiques, et qu'il n'est pas possible de définir dans Th_0 un opérateur $\mathbf{A}_0$ ayant les mêmes propriétés que $\mathbf{A}$.

Un premier cas I de théorie Th_1 plus complète que Th_0 est celui où il y a au moins une grandeur B complète (²) en Th_0 qui ne l'est pas en Th_1. L'autre cas II est celui où toute grandeur complète de Th_0 est encore une grandeur complète de Th_1, mais il y a au moins une grandeur A de Th_1 ignorée par Th_0. Ce cas II est à diviser en deux sous-cas : *a.* il existe des grandeurs figurant dans Th_0, soit D, composables dans Th_1 avec A; *b.* A n'est composable avec aucune grandeur de Th_0. Notons que l'existence de grandeurs ayant de telles propriétés n'est pas incompatible avec le cas I et qu'il peut exister à la fois des grandeurs telles que B et des grandeurs telles que A.

2. Une théorie Th_1 ne peut remplacer une théorie Th_0 (en particulier la mécanique ondulatoire) que si elle fournit les mêmes prévisions (ou des prévisions très voisines) de celles de Th_0 dans son domaine d'adéquation. Il en résulte que *si deux grandeurs A, B sont non simultanément mesurables en droit dans* Th_0, *elles le sont encore dans toute théorie plus complète* Th. Ces considérations appliquées à *une mécanique ondulatoire* montrent qu'elle *constitue une théorie ouverte en ce sens qu'on peut la remplacer, avec mêmes prévisions, par une théorie*

(¹) P. Destouches-Février, *Comptes rendus*, **220**, 1945, p. 587. *La structure des théories physiques*, Paris, 1951; Cf. *Sur le caractère ouvert de la Mécanique ondulatoire* [*Journal de Physique* (article déposé le 5 mai 1950)].

(²) J.-L. Destouches, *Journal de Physique*, 7^e série, **7**, 1936, p. 354. *Principes fondamentaux de physique théorique*, Paris, 1942.

tandis que nous envisageons ici une complémentarité entre la description des actions des observateurs et la représentation de l'évolution de l'univers. Aucun de ces deux aspects ne peut suffire ni remplacer l'autre; les deux doivent être pris en considération et c'est sur ces bases qu'on peut construire une théorie unifiante non-contradictoire.

PHYSIQUE THÉORIQUE. — *Aspect informationnel de certaines relations d' « incertitude »*. Note (*) de M. **Robert Vallée**, présentée par M. Louis de Broglie.

On présente sous forme informationnelle, une extension de la relation liant l' « incertitude » sur l'instant moyen d'un signal à l' « incertitude » sur sa fréquence moyenne. (Remarque sur les relations d'incertitude de la mécanique quantique).

D'après D. Gabor [1] il n'est pas possible de déterminer, par observation, à la fois l' « instant moyen » et la « pulsation moyenne » d'un signal $f(t)$ autrement qu'avec des « incertitudes » Δ_t et Δ_ω, liées par l'inégalité

$$\Delta_t \Delta_\omega \geqq \frac{1}{2\pi},$$

dont l'origine se trouve, d'ailleurs, dans les propriétés mathématiques de la transformation de Fourier.

Généralisant ce résultat, on peut dire qu'il est impossible de déterminer, par observation [2], à la fois la localisation moyenne en (x, y, z, t) et la localisation moyenne en $(\lambda, \mu, \nu, \omega)$ d'un phénomène, décrit par une fonction $f(x, y, z, t)$ de transformée de Fourier à quatre variables $\varphi(\lambda, \mu, \nu, \omega)$. Si $\Delta_{x,y,z,t}$ est l'extension du domaine d' « incertitude » sur la localisation moyenne en (x, y, z, t) et $\Delta_{\lambda,\mu,\nu,\omega}$ celle relative à la localisation en $(\lambda, \mu, \nu, \omega)$, on a

$$\Delta_{x,y,z,t}\Delta_{\lambda,\mu,\nu,\omega} \geqq \left(\frac{1}{2\pi}\right)^n, \tag{1}$$

n étant le nombre des variables (x, y, z, t) intervenant effectivement

Supposons connu, *a priori*, des renseignements relatifs à la localisation moyenne en (x, y, z, t) et à celle en $(\lambda, \mu, \nu, \omega)$. Supposons, plus précisément, que les domaines d' « incertitude » ne puissent avoir des extensions supérieures à U en ce qui concerne $\Delta_{x,y,z,t}$ et à Y en ce qui concerne $\Delta_{\lambda,\mu,\nu,\omega}$. L'inégalité (1) peut alors prendre la forme

$$\frac{\Delta_{x,y,z,t}}{U}\,\frac{\Delta_{\lambda,\mu,\nu,\omega}}{Y} \geqq \frac{\left(\frac{1}{2\pi}\right)^n}{UY}.$$

(*) Séance du 12 novembre 1951.

(1) *Journal of the Institution of electrical engineers*, 1946, p. 429.

(2) *Voir* nos deux Notes précédentes, *Comptes rendus*, **233**, 1951, p. 1350 et 1428.

Mais les logarithmes de base deux de $\Delta_{x,y,z,t}/U$ et de $\Delta_{\lambda,\mu,\nu,\omega}/Y$ sont les quantités d'information que nous possédons, après avoir effectué l'observation projetée, sur les deux localisations moyennes du phénomène. Soient $I_{x,y,z,t}$ et $I_{\lambda,\mu,\nu,\omega}$ ces quantités d'information, nous avons

$$I_{x,y,z,t} + I_{\lambda,\mu,\nu,\omega} \leqq \mathrm{Log}_2 \frac{UY}{\left(\frac{1}{2\pi}\right)^n}. \tag{2}$$

Remarquons que $(1/2\pi)^n/Y$ est l'extension c du domaine d'« incertitude » minimum relatif à la localisation en (x, y, z, t) et que $(1/2\pi)^n/U$ est l'extension minimum γ relative à l'« incertitude » sur l'autre localisation. On a donc aussi

$$I_{x,y,z,t} + I_{\lambda,\mu,\nu,\omega} \leqq \mathrm{Log}_2 \frac{\left(\frac{1}{2\pi}\right)^n}{c\gamma}. \tag{3}$$

(Notons que les relations d'incertitude de la mécanique quantique, de nature différente des relations rencontrées ici mais de même origine mathématique, sont susceptibles d'une présentation informationnelle analogue. Il peut être nécessaire, pour les établir, de faire intervenir des domaines d'incertitude maximums, liés à un aspect hypermacroscopique de l'Univers et des domaines d'incertitude minimums liés à un aspect hypomicroscopique de l'Univers, suivant en cela les suggestions de A. Eddington).

PHYSIQUE THÉORIQUE. — *Sur le calcul de la section efficace d'émission du bremsstrahlung électromagnétique.* Note de M. **Gérard Petiau**, présentée par M. Louis de Broglie.

Calcul de la section efficace différentielle de l'émission du bremsstrahlung électromagnétique en complétant les résultats établis précédemment (1), (2) par une sommation sur les états de polarisation du quantum émis.

Daus deux Notes précédentes (1), (2), nous avons développé le formalisme général de la théorie du bremsstrahlung et notamment donné dans le cas des interactions électromagnétiques une expression de la section efficace différentielle correspondant à l'émission d'un photon d'énergie, impulsion et polarisation données dans le choc de deux corpuscules de spin $\hbar/2$ représentés par les solutions de deux équations d'ondes de Dirac.

Nous nous proposons ici de compléter les résultats de la seconde de ces Notes en effectuant la sommation sur les états de polarisation (ondes transversales et onde longitudinale) du quantum émis en utilisant une méthode intro-

---

(1) *Comptes rendus*, **231**, 1950, p. 1038.

(2) *Comptes rendus*, **232**, 1951, p. 153.