

# AFSCET

## Res-Systemica

Revue Française de Systémique  
Fondée par Evelyne Andreewsky

Volume 18, automne 2018

La systémique face à la question du déterminisme

Res-Systemica, volume 18, article 08

Médiateurs fractaquantiques

François Dubois

13 pages

contribution reçue le 31 juillet 2018



Creative Commons

# Médiateurs fractaquantiques

François Dubois

31 juillet 2018 \*

## Résumé

• Nous développons un aspect de l’hypothèse fractaquantique, exposée lors du congrès européen de systémique en Crête en octobre 2002. On rappelle dans une première partie les éléments fondamentaux de la théorie quantique, et en particulier l’addition des “spins un demi”. La seconde partie traite de l’hypothèse fractaquantique et en reprend les principales idées. Quelques aspects classiques de la notion de lien sont évoqués dans la troisième partie, avec l’introduction de notre vision quantique du médiateur et de quelques unes de ses manifestations dans la vie quotidienne. Enfin, les problèmes soulevés par l’indiscernabilité pour l’intégration à plus grande échelle sont discutés à la fin de la contribution.

## Théorie quantique

- La théorie quantique est une théorie physique d’une immense efficacité, comme en témoigne la prédiction théorique des quatorze chiffres significatifs de certaines valeurs expérimentales, confirmées par les observations en spectroscopie atomique et moléculaire, pour lesquelles nous renvoyons par exemple aux travaux de de Beauvoir *et al* [5]. Mais c’est aussi une théorie qui est parmi les plus mal connues qui soient. Elle s’est élaborée au début du vingtième siècle afin d’expliquer le comportement discret, élémentaire, ponctuel, de la matière et des interactions aux échelles nucléaires, atomiques et moléculaires. On peut citer par exemple le photon, ou “grain élémentaire de lumière”, introduit par Einstein en 1905 pour expliquer l’effet photoélectrique, la dualité onde corpuscule proposée par de Broglie (1927), l’atome de Bohr (1913) et la quantification, ou bien le moment angulaire de l’électron, le “spin”, c’est à dire le “tournoiement” en anglais, proposé par Uelenbeck et Goudsmit en 1925.
- Les éléments conceptuels de la théorie quantique utilisent des mathématiques très élaborées. Nous en décrivons quelques pistes, conseillant au lecteur non familier avec les mathématiques de sauter ce paragraphe, et aux autres de le lire en s’accompagnant par exemple du traité [7] de Cohen-Tannoudji, Diu et Laloë. On utilise en théorie quantique les nombres complexes [puisque la “fonction d’onde”  $\psi(x, t)$  qui dépend à la fois de l’espace  $x$  et du temps  $t$  est un nombre complexe], le calcul des probabilités [le carré  $|\psi(x, t)|^2$  du module de la fonction d’onde représente une densité de probabilité de présence au point  $x$  et

---

\* Cette contribution est une version remaniée en novembre 2016 d’un texte rédigé en 2003 suite à un exposé proposé lors des journées annuelles de l’Afsct au Moulin d’Andé le 18 mai 2003. Edition juillet 2018, suite aux journées d’Andé du 04 au 06 mai 2018.

à l'instant  $t$ ], les équations aux dérivées partielles [l'équation d'évolution libre de la fonction d'onde en absence de processus de mesure,  $i \hbar \partial_t \psi = H \bullet \psi$  proposée par Schrödinger vers 1930 est de ce type], les matrices [l'opérateur  $H$  de l'équation de Schrödinger écrite ci-dessus est naturellement représenté par une matrice ; par ailleurs, la formalisation de Heisenberg, équivalente à celle de Schrödinger, utilise aussi des matrices], la théorie spectrale [une observation physique est nécessairement une valeur propre d'un opérateur auto-adjoint, c'est à dire d'une matrice symétrique dans une représentation réelle et de dimension finie], la transformation de Fourier [qui fonde les inégalités de Heisenberg : le produit  $\Delta x$  de l'erreur sur la position par le produit  $\Delta p$  de l'erreur sur l'impulsion est nécessairement supérieur ou égal à un nombre de l'ordre de grandeur de la constante de Planck  $h$  :  $\Delta x \Delta p \gtrsim h$ ]. Cette action minimale proposée par Planck a une valeur très petite dans les unités internationales du monde à échelle macroscopique et vaut  $h = 6,6 \cdot 10^{-34}$  joule-seconde ; elle est aussi utilisée dans l'équation de Schrödinger sous la forme  $\hbar \equiv \frac{h}{2\pi}$ . En conséquence la notion même de vitesse n'a pas de sens dans la théorie quantique. Ce formalisme *via* les mathématiques va même au-delà d'une simple utilisation, puisque la mécanique quantique a suscité l'apparition d'objets mathématiques nouveaux comme les distributions ("fonction de Dirac" en 1930), ou l'intégrale de chemin (Feynman, 1945), toujours en cours de justification avec entre autres le "calcul de Malliavin" [22] ou la géométrie non commutative [9].

- Notons aussi que la théorie quantique est avant tout phénoménologique, repose sur des concepts semi-empiriques et des hypothèses *a priori* afin de suivre au mieux les expériences. Ce cadre de pensée induit un certain dogmatisme dans la présentation classique, dit de l'"Ecole de Copenhague", lequel reste à justifier conceptuellement. Parmi les principes fondateurs "non justifiés", on peut citer entre autres l'indiscernabilité *via* le "principe d'exclusion de Pauli", la dualité entre matière-interaction et les statistiques quantiques de Fermi-Dirac et Bose-Einstein respectivement, la réduction du paquet d'ondes, ou "projection de l'état observé" lors de l'interaction avec un appareil de mesure. De plus, la mécanique quantique soulève une foule de paradoxes liés au fait qu'un "objet quantique élémentaire" est en général une fonction  $\psi(x, t)$  de l'espace  $x$  et du temps  $t$ , donc un état délocalisé, une "onde" qui peut se manifester comme "particule" lors d'une mesure, et ce de façon incompatible avec une approche classique. Ainsi, le paradoxe dit d'Einstein-Podolsky-Rosen [12], a permis de poser la question de la "complétude" de la théorie quantique avec l'existence ou nom de "variables cachées". Les travaux de Bell [4] dans les années soixante-dix et les "inégalités de Bell" ont permis de préciser de manière quantitative des valeurs numériques pour certaines expériences "de pensée" permettant de trancher entre une vision "classique", Einsteinienne, du monde, où la théorie quantique serait encore à compléter, et une vision "moderne", quantique, défendue par Bohr [6], d'un monde où la théorie quantique contient **toute** l'information disponible. Les expériences cruciales ont été proposées et réalisées par Aspect et son équipe [3] dans les années 1980. Elles ont donné raison à la mécanique quantique, comme l'indique clairement le titre de l'article [3].

- La théorie quantique et les expériences scientifiques imposent donc une véritable révolution philosophique qui demande de re-penser la notion de "réalité". Bernard d'Espagnat est l'un des premiers à s'être attelé à cette tâche. Il est passé d'une expérience de physi-

cient [13] à celle de philosophe. Dans la quatrième de couverture de son ouvrage [14], on lit : *“les découvertes de la mécanique quantique ont en effet bousculé bien des notions que nous pensions acquises comme celles d’espace, d’objet, de réalité, de causalité, etc., invitant les philosophes à réévaluer leurs conceptions du monde. Or, ces derniers n’ont pas pris suffisamment acte de ce bouleversement.”* Dans le même livre [14], page 439, d’Espagnat nous avertit : *“...nous n’avons plus la possibilité (que la physique classique laissait ouverte) de conférer aux qualités dites “premières” (position, forme, mouvement) davantage de réalité intrinsèque que nous n’en accordons aux qualités dites secondes (couleur, saveur, etc.)”*. Nous voulons au paragraphe suivant rappeler les éléments essentiels de mécanique quantique nécessaires pour alimenter notre réflexion sur la dualité matière-relation.

## Le spin, ou la rotation d’un point sur lui-même

- Une des facettes les plus curieuses de la théorie quantique est d’admettre que des particules ponctuelles ou quasiment comme l’électron (porteur de la charge électrique négative élémentaire, très léger), le proton (beaucoup plus lourd, de charge positive) ou le neutron (quasiment de la même masse que le proton, mais neutre électriquement comme son nom l’indique), “tournent sur elles-mêmes”. Il faut probablement en rester à la métaphore car un point ne peut tourner sur lui-même tout en ayant un effet sur le monde extérieur. Or cette rotation intrinsèque, ce “spin” des constituants élémentaires de la matière, est le modèle le plus simple pour interpréter les observations expérimentales, comme l’effet Zeeman, ou le comportement de certains atomes dans l’expérience dite de Stern et Gerlach, où la matière interagit avec un champ magnétique extérieur inhomogène. Le spin est un “moment cinétique intrinsèque”, une “rotation rapide d’un point infinitésimal” qui crée un moment magnétique propre à la particule. Dans le cas qui nous intéresse, un spin dit “un demi” dispose de **deux** états bien distincts et son existence n’a pas d’interprétation dans le cadre de l’électromagnétisme classique. La théorie de Pauli (voir l’Annexe), conduit à décrire ce spin à l’aide de nombres “demi-entiers”, *i.e.* de la forme  $j = 0, \frac{1}{2}, 1, \frac{3}{2}, \text{etc.}$ . On dit qu’alors le moment cinétique est **quantifié** pour indiquer qu’il ne peut prendre qu’un nombre **discret** de valeurs.
- Le spin décrit donc la “rotation instantanée” d’une particule quantique. Les éléments constitutifs de la matière la plus élémentaire comme les électrons, protons, neutrons, ont un spin égal à  $\frac{1}{2}$ . Par contre, les médiateurs des interactions, comme le photon qui porte la lumière et de manière plus générale le champ électromagnétique, ont un spin entier ; il vaut 1 pour le photon qui est quasiment le seul boson “élémentaire” à se manifester dans notre monde ordinaire. On peut citer aussi les “bosons intermédiaires” W et Z, de spin 1, porteurs de l’interaction faible, et mis en évidence au Cern à Genève dans les années quatre vingts par Rubbia, Van der Meer et leurs équipes. Les “gluons” sont les bosons porteurs de l’interaction forte qui permet de “tenir” ensemble les noyaux des atomes, malgré des charges de même signe qui repoussent *a priori* les protons. Le gluon est également de spin unité et c’est un des constituants du “modèle standard” de la physique des hautes énergies. Enfin, le graviton, de spin 2, porteur de l’interaction gravitationnelle dans le cadre de la vision quantique

actuellement la plus universellement acceptée, est encore à observer directement, même si l'existence des ondes gravitationnelles fait maintenant consensus depuis la publication des résultats des expériences "Ligo" et "Virgo" [1].

- Nous terminons ce paragraphe par une remarque semi-empirique, une contrainte de construction des modèles, connue sous le nom de "théorème spin-statistique" qui énonce que les constituants les plus ultimes de la matière ont un spin demi-entier ( $\frac{1}{2}$ ,  $\frac{3}{2}$ , etc.) et on les appelle des fermions, alors que les porteurs des interactions, les messagers de l'information, les relations, ont un spin entier (0, 1, etc.) et on les appelle des bosons.

### Interaction de "un demi plus un demi"

- Nous abordons maintenant le cœur du modèle quantique qui sous-tend notre réflexion. Nous imaginons deux éléments  $a$  et  $b$  de spin  $\frac{1}{2}$ , et nous cherchons à construire un modèle pour l'association  $\{a, b\}$ . En particulier, nous cherchons quel est le spin du "composite"  $\{a, b\}$  si le spin de  $a$  vaut  $\frac{1}{2}$  et le spin de  $b$  vaut également  $\frac{1}{2}$ . Le résultat est très simple, même s'il conduit à une curieuse algèbre : le spin de l'"ensemble intégré"  $\{a, b\}$  vaut 0 ou 1, comme nous l'explicitons à l'Annexe. En résumé, quand on additionne deux spins, on a la relation :  $\frac{1}{2} + \frac{1}{2} = 0$  ou 1.

- Si  $a$  et  $b$  sont des éléments quantiques différents, par exemple par l'intermédiaire de leur masse ou de leur charge électrique, alors l'une ou l'autre valeur 0 ou 1 pour le spin total est possible. Si  $a$  et  $b$  sont identiques, alors ils sont **indiscernables**, et le "principe d'exclusion de Pauli", généralisé sous la forme d'un "postulat de symétrisation" affirme (p. 1378 du livre de Cohen-Tannoudji, Diu et Laloë [7]) que "*seule la combinaison antisymétrique est possible*". On rencontre cette "composition des moments angulaires" par exemple lors du phénomène d'appariement des électrons quand on remplit les nuages électroniques pour comprendre la structure des atomes. L'essentiel pour nous et pour la suite de ce travail est que l'association de deux quanta de spin  $\frac{1}{2}$  crée un boson de spin 0, ou de spin 1 de "relation pure" si les deux objets au départ sont identiques. L'association de deux électrons, ou de deux protons, va permettre de donner naissance à une "particule de relation", double, éphémère, naturellement porteuse d'une interaction à un niveau plus complexe de la structure.

- Des exemples plus élaborés de médiateurs des interactions existent en physique des hautes énergies. Nous insistons ici sur le "boson intermédiaire" qui transmet la "force faible". Il existe sous la forme "W" ou "Z" et c'est un objet très massif (de l'ordre de 80 fois la masse du proton !) qui est créé, puis s'annihile au bout de  $10^{-25}$  seconde et n'est "visible" qu'avec l'analyse de ses produits de désintégration, comme l'expliquent G. Cohen-Tannoudji et M. Spiro dans leur livre [8]. Pendant cet instant éphémère, le boson intermédiaire porte son "faible" message. Pour terminer ces rappels de physique traditionnelle, les bosons peuvent s'apparier en grand nombre dans un même état, formant un "condensat de Bose-Einstein", notion proposée vers 1925. Le premier exemple est celui du laser, où le boson d'interaction est le photon, particule sans masse porteur du champ électromagnétique. Mais si on travaille à de très basses températures avec certains atomes de spin entier comme le rubidium, on peut faire apparaître un tel condensat [27], ainsi que l'ont réalisé Cornell et Wieman en 1995 [2].

De plus, on sait aussi depuis 1997 avec Ketterle et Miesner [18] produire un effet laser avec des atomes, montrant par là une facette spectaculaire de l’indiscernabilité quantique.

## Echelles

- Nous résumons dans les paragraphes qui suivent les idées directrices proposées dans [11]. Nous proposons de qualifier d’Atome (avec un “A” majuscule) tout élément naturel dont les propriétés qualitatives sont modifiées dans au moins l’une des parties si on le divise en deux. A l’échelle microscopique, les Atomes sont décrits par la théorie quantique qui induit une indiscernabilité fondamentale. L’hypothèse fractaquantique énonce que tout élément insécable de la Nature, quelle que soit sa taille, peut être décrit par l’approche quantique.
- Rappelons ici le jeu de poupées russes (spatiales) sous laquelle la matière se présente. A toute petite échelle, intéressons-nous au noyau de l’atome. Selon l’hypothèse des quarks formulée par Gell Mann dans les années soixante, un assemblage de trois quarks et de leur interaction mutuelle “colorée” constitue dans les conditions thermodynamiques actuelles de l’univers un proton ou un neutron ainsi que l’interaction “forte”. On n’a jamais réussi à isoler expérimentalement les quarks, mais on dispose d’un cadre théorique satisfaisant, le “modèle standard”, pour expliquer cette impossibilité d’aller plus avant dans l’élémentaire. A échelle plus grande, l’atome. Depuis Bohr au début du 20e siècle, on imagine un atome formé d’un noyau central très petit et très dense, et d’électrons très légers qui parcourent l’espace autour, échantent de l’énergie *via* des multiples entiers de grains élémentaires de lumière, les photons, quanta du rayonnement électromagnétique. A une échelle plus grande encore, caractérisée aussi par des échanges d’énergie électrique et magnétique de plus en plus faibles, les molécules et leurs assemblages “simples”, puis de plus en plus complexes qui caractérisent la biochimie des macromolécules. A un stade encore plus grand (le micromètre typiquement), la structure cellulaire apparaît, avec un noyau central, une membrane protectrice, des protéines actives et la capacité de se reproduire et aussi de disparaître, de mourir.
- Les assemblages de plus en plus globaux de cellules permettent de déployer l’ensemble du règne vivant, qui aboutit à de nouvelles structures stables, complexes, fragiles, mortelles et reproductibles, végétales et animales. L’homme est le prototype d’un tel être complexe. Au delà, aux “échelles mégascopiques”, il n’est pas clair qu’il existe de structure élémentaire stable, même si Teilhard de Chardin avec sa noosphère [26], Lovelock avec l’hypothèse Gaïa [21] ou Eric Schwarz [25] avec l’approche holistique imaginent la planète Terre dotée d’une structure globale d’être vivant régulé et pensant. Nous n’irons pas plus loin ici dans cette direction, un des objets favoris d’étude de la systémique.

## Hypothèse fractaquantique

- Adoptons un point de vue de pensée qui part de la qualité opératoire de la description quantitative de la Nature à petite échelle offerte par la mécanique quantique. Avec l’hypothèse fractaquantique, nous supposons que tout Atome, tout élément insécable (*id est* dont les propriétés qualitatives ne sont pas maintenues dans au moins l’une des deux parties

si on le coupe en deux), relève de la théorie quantique. En conséquence, selon l'hypothèse fractaquantique, la théorie quantique s'applique à **toutes** les échelles spatiales de la Nature. L'hypothèse fractaquantique peut être formulée comme suit. D'une part, tous les Atomes de la Nature, à savoir nucléon, atome, molécule, cellule, homme, *etc.* sont analogues du point de vue de leur structure. En d'autres termes, le monde est "fractal". D'autre part, ces structures "élémentaires" peuvent être décrites par l'approche quantique, qui est opératoire pour la petite échelle spatiale et doit s'étendre à l'aide de méthodes encore à concevoir aux éléments "macroscopiques". La complexité ne recouvre que les apparences. En essence, le monde est simple.

## Le médiateur fractaquantique

- Nous cherchons à étendre avec l'approche quantique l'image classique d'une relation. Relation éphémère ou durable, faite de l'assemblage du "un plus un" qui crée le **médiateur** d'une interaction. Par définition, un médiateur fractaquantique, ou plus simplement médiateur, est le composé de deux Atomes de la nature en relation, en interaction. C'est pour nous un système localement stable de la matière ou de la vie, destiné à transmettre une information ou une relation. Cette notion de médiateur est une forme étendue du "boson intermédiaire", en suivant les idées de l'hypothèse fractaquantique. Nous voulons dans les quelques paragraphes qui suivent proposer quelques exemples tirés à notre échelle, où le médiateur est pour nous parfaitement réel et quotidien.
- Le premier exemple est la **relation de parole** entre deux personnes. Le contenu interne de la relation est fait du sens de ces paroles, ce qui représente un transfert physique d'une très faible quantité de matière et d'énergie, avec les vibrations de l'air lors du passage de l'onde acoustique. Mais cette relation nécessite un certain temps et demande l'investissement de chacune des personnes pour que le message soit émis, transmis, puis finalement capté. Le médiateur est constitué pour nous par l'ensemble des deux acteurs de cette relation, durant le temps de l'échange. Il apparaît avec le début du message, et disparaît lorsque le message a été reçu. Au cours de l'échange, le médiateur ne se réduit pas au contenu du message, mais est composé de la réunion des deux protagonistes concernés, dans leur globalité, durant le temps de leur interaction.
- L'étape suivante est une relation plus intime du corps et du regard, avec **la danse**, qui évoque l'échange, le désir et la fête. Soutenue par la musique et un cadre social, elle autorise l'intimité et le contact des corps. Ce faisant, elle permet de créer, en se restreignant ici aux danses dites "de couple", un "être intermédiaire", une structure stable et finie dans le temps, que parfois certains viennent admirer dans les concours de valse, de tango, de sevillane ou de rock and roll. Nous ne faisons qu'évoquer ici ce thème tout à fait majeur de la rencontre sociale et de la création du désir, renvoyant le lecteur par exemple aux travaux de Guilcher [16] et Schott-Billmann [24].
- Si on prolonge cette relation et qu'on aborde la **relation amoureuse**, le sentiment amoureux anime les deux êtres d'un même élan de désir de rencontre. Le médiateur est cette fois composé des deux personnes réunies par leur amour. L'apparition brutale du lien

est alors le signe de la création d'un amour, c'est par exemple le "coup de foudre", qui n'est pas sans évoquer certains comportements cohérents des interactions électromagnétiques ! Nous n'épiloguerons pas sur l'éphémère de l'amour car la disparition rapide du sentiment n'est pas non plus une fatalité puisqu'il y a aussi des couples qui "tiennent", des sentiments qui durent et qui lient les êtres humains. C'est une autre façon de voir le "*je suis les liens que je tisse*" de Jacquard [17] : "*s'il rompt les liens qu'il tisse, chaque homme perd la partie véritablement humaine de son existence*".

- Un médiateur fractaquantique est créé par la capacité qu'ont deux éléments insécables de la nature de s'unir, de s'intégrer l'un à l'autre un certain temps pour être les porteurs temporaires d'un message. Un très bel exemple de "boson intermédiaire" pour terminer cette première tentative de formalisation est simplement celui d'une **femme enceinte**. En effet, elle est la réunion de deux êtres vivants, la femme et le fœtus, qui se transforme depuis une structure à l'échelle inférieure (la cellule) en petit d'Homme qui devient autonome. Le message porté par cet être intermédiaire est d'abord de nature biologique, avec la duplication des cellules et structurale avec la réalisation de l'embryogenèse ; il nécessite un temps important (neuf mois !) et permet la croissance de la vie de l'échelle d'une cellule à celle d'un être vivant supérieur.

## Le grand comme le petit ?

- Ayant développé l'association élémentaire du "un plus un" avec l'introduction de la notion de médiateur fractaquantique, nous revenons sur l'intégration d'un plus grand nombre et les difficultés liées à la notion d'indiscernabilité quantique. Nous notons que la question de l'indiscernabilité qui est un fait établi pour les petites échelles se pose aux échelles supérieures, et en particulier en biologie : quelle est la part de profonde identité entre les cellules ? Elles le sont de manière primitive avant de se spécialiser. En effet, les cellules de notre organisme sont au départ indifférenciées et se spécialisent ensuite en fonction de leur position initiale lors de la croissance du fœtus. Ce comportement dynamique indifférencié peut-il être compris comme une trace de l'indiscernabilité quantique à l'échelle des cellules ? On observe pour les cellules une absence d'indiscernabilité totale, c'est à dire une rupture partielle de l'invariance d'échelle de la mécanique quantique, qui crée l'individuation, l'unicité, et probablement la conscience.

- L'indiscernabilité est au cœur des fondements de la théorie quantique. La conséquence première est que cette théorie "divise" le monde selon une dialectique d'interaction et de matière, de relation et d'objet. La première question qui se pose lorsqu'on imagine que l'homme, l'être humain, peut être décrit par la théorie quantique, que l'homme est une "particule élémentaire", comme nous l'avons formulé plus haut avec l'hypothèse fractaquantique, est de rechercher en quoi consiste son indiscernabilité, l'identité profonde qui existe entre tous les être humains jusqu'à les imaginer interchangeables !

- Il faut avoir une pleine conscience du caractère inattendu de cette question d'un strict point de vue scientifique. Mais si nous faisons ici l'hypothèse que le monde est quantique et fractal, alors les éléments de la théorie quantique peuvent d'une manière qui reste à élaborer



s'appliquer à "l'élément insécable", "l'être unique" qu'est la cellule ou l'être humain. L'un des éléments les plus fondamentaux de la théorie, à savoir l'indiscernabilité, a donc sa part spécifique de vérité qu'il s'agit de découvrir.

- Une conséquence première de l'hypothèse fractaquantique est que nous devons rechercher, avec les outils méthodologiques de la rigueur scientifique, en quoi deux être humains sont indiscernables au point de pouvoir être échangés. Nous devons aussi imaginer des protocoles expérimentaux pour en mesurer les effets de l'indiscernabilité. Une partie de la réponse nous a été donnée par Emmanuel Nunez ; "il ne faut pas oublier l'existence de la médecine !" Il a pu également, énoncer [23] : "la part d'indiscernabilité est ce qu'il y a de commun à tous les hommes". La difficulté première est que nous sommes au cœur des échelles de longueur et qu'il nous est de fait impossible de "prendre du recul", *id est* de rapetisser à la taille d'une cellule ou bien de grandir démesurément jusqu'à devenir planète afin de développer une autre vision de l'Univers que celle accessible à notre échelle "macroscopique".

## Foules

- Est-il possible d'imaginer dès maintenant des aspects de la vie quotidienne où l'identité, l'interchangeabilité des êtres induite par l'hypothèse fractaquantique pourrait se manifester ? La manipulation du comportement des foules par des régimes totalitaires au vingtième siècle nous incite à réfléchir à la nature de cette interchangeabilité possible qui se manifeste en ces occasions. Les références théoriques sur le sujet remontent à Le Bon [19]. Sans prétendre ici faire une analyse de ce travail, la foule de Le Bon est "*un être nouveau où chaque composante humaine est réduite à une composante très primitive, proche de l'animal, au bénéfice des liens forts entre les éléments de base*". Ainsi "*chez une foule, tout sentiment, tout acte est contagieux*" et "*la personnalité consciente est évanouie*". L'ouvrage de Le Bon sert de point de départ au travail de Freud sur le même sujet [15]. Sans vouloir ici non plus proposer une étude approfondie du lien entre ce travail fondateur de Freud et le nôtre, notons que Freud "*fait l'hypothèse que les relations amoureuses constituent l'essence de l'âme des foules*", et voit la libido, *id est* "*l'énergie des pulsions qui ont affaire avec ce que nous résumons sous le nom d'amour*" l'élément structurant des foules. Ainsi, "*l'essence d'une foule réside dans les éléments libidinaux présents en elle*". Nous admirons ici la créativité de cet auteur lorsqu'il analyse ensuite des structures telles que l'Eglise et l'armée comme des foules artificielles.

- Nous retenons le lien probable entre le comportement des foules et le caractère d'indiscernabilité induit par l'hypothèse fractaquantique. Bien entendu, le caractère caché et premier de l'indiscernabilité renvoie assez naturellement à des comportements premiers de l'homme, tant du point de vue de l'être que du point de vue du relationnel.

## Conclusion

- A partir d'une approche élémentaire de la théorie quantique et en particulier de l'interaction entre deux particules de spin un demi et la vision que permet l'hypothèse fractaquantique, nous avons montré qu'il est possible de généraliser la notion classique de boson à toutes

sortes de messagers du monde macroscopique. Un médiateur fractaquantique est la capacité qu'ont deux Atomes de la nature de s'unir l'un à l'autre pour se consacrer au transport ou au développement d'un message. A l'échelle humaine, le discours, la danse, l'amour ou même la vie. Il importe de conforter cette approche à d'autres échelles spatiales, en biologie en particulier, au cœur de la chimie complexe des réactions des brins d'acide désoxyribonucléique et des cellules. L'indiscernabilité quantique impose des contraintes à découvrir aux échelles macroscopiques.

### Annexe. Addition de deux spins “un demi” dans la théorie de Pauli

- Dans cette annexe, on utilise librement le langage mathématique sans rappeler outre mesure les notions de base et les notations. Le lecteur pourra consulter le cours de J. Lelong-Ferrand et J.M. Arnaudies [20] ou l'ouvrage de J. Dixmier [10].

- On désigne par  $j$  un nombre “demi entier”, c'est à dire que  $2j$  est un nombre entier :  $2j \in \mathbb{N}$ . Un espace de  $j$ -spin, noté  $\Sigma_j$ , est un espace vectoriel sur le corps des nombres complexes, de dimension  $2j + 1$ , de sorte que deux applications linéaires  $S_z$  et  $S_2$  opèrent sur l'espace  $\Sigma_j$ . L'opérateur  $S_z$  est le “spin dans la direction Oz”, et il admet une base de vecteurs propres  $e_m \in \Sigma_j$  dont les valeurs propres permettent de passer de la valeur  $-j$  à la valeur maximale  $+j$  par pas d'une unité. Si  $j$  est nul, alors  $m$  est nécessairement nul, si  $j = \frac{1}{2}$ ,  $m$  vaut  $-\frac{1}{2}$  ou  $\frac{1}{2}$  et si  $j$  vaut 1,  $m$  est entier et prend les valeurs  $-1, 0, 1$ . Dans le cas général, on a :  $m \in \mu_j \equiv \{-j, -j+1, -j+2, \dots, j-2, j-1, j\}$  et les valeurs propres de l'opérateur  $S_z$  prennent toutes les valeurs possibles de  $m \in \mu_j$  :

$$(1) \quad S_z \bullet e_m = m e_m, \quad m \in \mu_j.$$

Par ailleurs, l'opérateur  $S_2$  est le “carré du moment angulaire”. Il est proportionnel à l'identité I sur l'espace  $\Sigma_j$  :

$$(2) \quad S_2 \bullet e_m = j(j+1) e_m, \quad m \in \mu_j.$$

- L'espace  $\Sigma_0$  de spin nul ( $j = 0$ ) est de dimension 1 et on a simplement  $S_z \bullet e_0 = S_2 \bullet e_0 = 0$ . L'espace  $\Sigma_{1/2}$  de spin  $\frac{1}{2}$  qui correspond à  $j = \frac{1}{2}$  est de dimension deux. Dans la base formée de  $e_{+1/2}$  et de  $e_{-1/2}$ , les opérateurs  $S_z$  et  $S_2$  sont représentés par les matrices suivantes :

$$S_z = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}, \quad S_2 = \frac{3}{4} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \equiv \frac{3}{4} I.$$

Pour un spin unité, l'espace  $\Sigma_1$  est de dimension trois et on dispose donc de trois vecteurs de base  $e_{+1}, e_0, e_{-1}$  où les opérateurs  $S_z$  et  $S_2$  prennent la forme

$$S_z = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}, \quad S_2 = 2 \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

- Dans le cas du spin un demi ainsi que dans tous les autres cas, que nous ne traitons pas ici, pour renvoyer le lecteur au traité classique [7], nous introduisons les opérateurs  $S_x$  et  $S_y$  dans les deux autres directions de l'espace et qui s'écrivent

$$S_x = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \quad S_y = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 0 & -i \\ i & 0 \end{pmatrix}.$$

Il est classique d'introduire les matrices de Pauli  $\sigma_x, \sigma_y, \sigma_z$  selon

$$\sigma_x = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \quad \sigma_y = \begin{pmatrix} 0 & -i \\ i & 0 \end{pmatrix}, \quad \sigma_z = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}.$$

On peut vérifier sans difficulté les relations suivantes, qui permettent de simplifier les calculs algébriques qui suivent :

$$\begin{cases} (\sigma_x)^2 = (\sigma_y)^2 = (\sigma_z)^2 = \text{I} \\ \sigma_x \sigma_y + \sigma_y \sigma_x = \sigma_y \sigma_z + \sigma_z \sigma_y = \sigma_z \sigma_x + \sigma_x \sigma_z = 0 \\ \sigma_x \sigma_y = i \sigma_z, \quad \sigma_y \sigma_z = i \sigma_x, \quad \sigma_z \sigma_x = i \sigma_y. \end{cases}$$

On établit ensuite sans difficulté la relation

$$(3) \quad S_2 = (S_x)^2 + (S_y)^2 + (S_z)^2.$$

• Pour additionner deux spins un demi, nous travaillons dans le **produit tensoriel**  $\Sigma_{1/2} \otimes \Sigma_{1/2}$ , engendré par les produits tensoriels des vecteurs de base  $e_k \otimes \epsilon_m$  avec  $k$  et  $m$  nombres demi-entiers appartenant à  $\mu_{1/2} = \{+\frac{1}{2}, -\frac{1}{2}\}$ . Dans ce nouvel espace, les opérateurs  $S_x^*, S_y^*, S_z^*$  et  $S_2^*$  sont calculés avec une règle d'“addition indépendante des deux moments angulaires”, c'est à dire

$$\begin{cases} S_x^* = S_x \otimes \text{I} + \text{I} \otimes S_x, & S_y^* = S_y \otimes \text{I} + \text{I} \otimes S_y. \\ S_z^* = S_z \otimes \text{I} + \text{I} \otimes S_z, & S_2^* = (S_x^*)^2 + (S_y^*)^2 + (S_z^*)^2. \end{cases}$$

• Le calcul du produit tensoriel  $A \otimes B$  de deux matrices deux par deux n'est pas si simple. Il faut d'abord choisir un ordre pour la famille  $e_i \otimes \epsilon_j$  des vecteurs de base de l'espace produit. On choisit ici de poser

$$(4) \quad \varphi_1 = e_1 \otimes \epsilon_1, \quad \varphi_2 = e_1 \otimes \epsilon_2, \quad \varphi_3 = e_2 \otimes \epsilon_1, \quad \varphi_4 = e_2 \otimes \epsilon_2.$$

Puis on écrit la définition  $(A \otimes B) \bullet (e_i \otimes \epsilon_j) \equiv (A \bullet e_i) \otimes (B \bullet \epsilon_j)$  et dans l'un des cas qui nous intéresse, on a le calcul suivant :

$$\begin{cases} (\sigma_x \otimes \text{I}) \bullet \varphi_1 = (\sigma_x \bullet e_1) \otimes \epsilon_1 = e_2 \otimes \epsilon_1 = \varphi_3 \\ (\sigma_x \otimes \text{I}) \bullet \varphi_2 = (\sigma_x \bullet e_1) \otimes \epsilon_2 = e_2 \otimes \epsilon_2 = \varphi_4 \\ (\sigma_x \otimes \text{I}) \bullet \varphi_3 = (\sigma_x \bullet e_2) \otimes \epsilon_1 = e_1 \otimes \epsilon_1 = \varphi_1 \\ (\sigma_x \otimes \text{I}) \bullet \varphi_4 = (\sigma_x \bullet e_2) \otimes \epsilon_2 = e_1 \otimes \epsilon_2 = \varphi_2. \end{cases}$$

On peut résumer les quatre relations précédentes par la relation matricielle :

$$(\sigma_x \otimes \text{I}) = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & \text{I} \\ \text{I} & 0 \end{pmatrix}$$

qui est aussi obtenue en remplaçant chaque “1” de la matrice  $\sigma_x$  par la matrice identité  $\text{I}$  d'ordre deux.

• De manière analogue, et après un calcul laissé au lecteur, on a :

$$S_x^* = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} \sigma_x & \text{I} \\ \text{I} & \sigma_x \end{pmatrix}, \quad S_y^* = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} \sigma_y & -i\text{I} \\ i\text{I} & \sigma_y \end{pmatrix}$$

$$(5) \quad S_z^* = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}.$$

On utilise les carrés de ces matrices, et il vient

$$\begin{aligned} (S_x^*)^2 &= \frac{1}{4} \begin{pmatrix} \sigma_x & \mathbb{I} \\ \mathbb{I} & \sigma_x \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \sigma_x & \mathbb{I} \\ \mathbb{I} & \sigma_x \end{pmatrix} = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} \mathbb{I} & \sigma_x \\ \sigma_x & \mathbb{I} \end{pmatrix} \\ (S_y^*)^2 &= \frac{1}{4} \begin{pmatrix} \sigma_y & -i\mathbb{I} \\ i\mathbb{I} & \sigma_y \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \sigma_y & -i\mathbb{I} \\ i\mathbb{I} & \sigma_y \end{pmatrix} = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} \mathbb{I} & -i\sigma_y \\ i\sigma_y & \mathbb{I} \end{pmatrix} = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \\ (S_z^*)^2 &= \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}. \end{aligned}$$

Donc, compte tenu de la relation (3), on a :

$$(6) \quad S_2^* = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} + \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$S_2^* = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}.$$

• Nous cherchons à décomposer l'espace produit  $\Sigma_{1/2} \otimes \Sigma_{1/2}$  comme une somme d'espaces de spin de la forme  $\Sigma_j$ . Nous devons pour cela diagonaliser simultanément les opérateurs  $S_z^*$  et  $S_2^*$  évalués dans la base (4) des  $\varphi_i$  par les relations (5) et (6). Ce calcul est élémentaire et n'est pas détaillé ici ; on pose donc sans difficulté

$$(7) \quad \alpha = \frac{1}{\sqrt{2}} (e_1 \otimes e_2 - e_2 \otimes e_1)$$

$$(8) \quad \beta_{+1} = e_1 \otimes e_1, \quad \beta_0 = \frac{1}{\sqrt{2}} (e_1 \otimes e_2 + e_2 \otimes e_1), \quad \beta_{-1} = e_2 \otimes e_2$$

et il est facile de vérifier que c'est bien la base de vecteurs propres communs recherchée. On a :

$$(9) \quad S_z^* \bullet \alpha = 0, \quad S_2^* \bullet \alpha = 0.$$

$$(10) \quad \begin{cases} S_z^* \bullet \beta_{+1} = \beta_{+1}, & S_z^* \bullet \beta_0 = 0, & S_z^* \bullet \beta_{-1} = -\beta_{-1}, \\ S_2^* \bullet \beta_k = 2\beta_k, & k \in \mu_1 = \{+1, 0, -1\}. \end{cases}$$

On appelle  $\Sigma_0^*$  l'espace engendré par l'unique vecteur  $\alpha$  défini à la relation (7) et  $\Sigma_1^*$  celui engendré par la famille des  $\beta_k$ ,  $k \in \mu_1$  de la relation (8). Alors les relations (9) et (10) sont tout à fait identiques aux relations (1) et (2) proposées pour définir un espace de  $j$ -spin, avec  $j = 0$  dans le cas de  $\Sigma_0^*$  et  $j = 1$  pour  $\Sigma_1^*$ . On a donc la décomposition

$$\Sigma_{1/2} \otimes \Sigma_{1/2} = \Sigma_0^* \oplus \Sigma_1^*.$$

L'interaction de deux spins un demi fournit un espace de spin nul en somme directe avec un espace de spin unité.

- Nous remarquons que les vecteurs  $\beta_k$  sont des combinaisons **symétriques** des produits  $e_j \otimes e_k$  dans le cas de deux particules identiques, où  $\epsilon_k \equiv e_k$ . Le principe de Pauli exclut ces vecteurs comme représentant des fermions si on ne prend pas en compte la composante spatiale de la fonction d'onde. Dans notre cas particulier, il ne reste alors que l'espace  $\Sigma_0^*$  de spin nul, et on peut écrire formellement l'équation entre espaces de spin :  $\frac{1}{2} \oplus \frac{1}{2} = 0$ .

## Références

- [1] B.P. Abbott *et al.* (LIGO Scientific Collaboration and Virgo Collaboration). Observation of Gravitational Waves from a Binary Black Hole Merger, *Physical Review Letters*, vol. 116, 061102, 11 February 2016.
- [2] M.H. Anderson, J.R. Ensher, M.R. Matthews, C.E. Wieman, E.A. Cornell. Observation of Bose-Einstein Condensation in a Dilute Atomic Vapor, *Science*, vol. 269, p. 198-201, 1995.
- [3] A. Aspect, P. Grangier, G. Roger. Experimental realization of Einstein-Podolsky-Rosen Gedankenexperiment : a violation of Bell's inequalities, *Physical Review Letters*, vol. 49, p. 91-94, 1982.
- [4] J. Bell. On the Einstein Podolsky Rosen Paradox, *Physics*, vol. 1, p. 195-200, 1964.
- [5] B. de Beauvoir, C. Schwob, O. Acef, L. Jozefowski, L. Hilico, F. Nez, L. Julien, A. Clairon, F. Biraben. Methodology of the hydrogen and deuterium atoms : determination of the Rydberg constant and Lamb shifts, *European Physical Journal D.*, vol. 12, p. 61-93, 2000.
- [6] N. Bohr. Can quantum mechanical description of physical reality be considered complete ? *Physical Review*, vol. 48, p. 696-702, 1935.
- [7] C. Cohen-Tannoudji, B. Diu, F. Laloë. *Mécanique quantique*, Hermann, Paris, 1977.
- [8] G. Cohen-Tannoudji, M. Spiro. *La matière-espace-temps ; la logique des particules élémentaires*, Fayard, 1984.
- [9] A. Connes, M. Marcolli. *Noncommutative Geometry, Quantum Fields and Motives*, American Mathematical Society, Colloquium Publications, vol. 55, 2008.

- [10] J. Dixmier. *Cours de premier cycle*, Gauthier-Villars, Paris, 1976.
- [11] F. Dubois. Hypothèse fractaquantique, *Res-Systemica*, vol. 2, article 21, octobre 2002, [www.res-systemica.org](http://www.res-systemica.org).
- [12] A. Einstein, B. Podolsky, N. Rosen. Can quantum mechanical description of physical reality be considered complete ? *Physical Review*, vol. 47, p. 777, 1935.
- [13] B. d'Espagnat. *A la recherche du réel, le regard d'un physicien*, Gauthier-Villars, Paris, 1979.
- [14] B. d'Espagnat. *Traité de physique et de philosophie*, Fayard, Paris, 2002.
- [15] S. Freud. *Psychologie des foules et analyse du moi*, 1921, in *Essais de psychanalyse*, Payot, Paris, p. 83-176, 1963.
- [16] Y. Guilcher. *La danse traditionnelle en France ; d'une civilisation paysanne à un loisir revivaliste*, Modal Folio, 1998.
- [17] A. Jacquard. *De l'angoisse à l'espoir. Leçons d'écologie humaine*, Calmann-Lévy, 2002.
- [18] W. Ketterle, H.J. Miesner. Coherence properties of Bose-Einstein condensates and atom lasers, *Physical Review A*, vol. 56, p. 3291-3293, 1997.
- [19] G. Le Bon. *Psychologie des foules*, 1895, nouvelle édition, Presses Universitaires de France, Paris, 1963.
- [20] J. Lelong-Ferrand, J.M. Arnaudies. *Cours de mathématiques*, Dunod, Paris, 1974.
- [21] J. Lovelock. *La Terre est un être vivant ; l'hypothèse Gaïa*, Champs, Flammarion, Paris, 1987.
- [22] P. Malliavin. *Stochastic analysis*, Springer, New York, 1997.
- [23] E. Nunez. Communication personnelle, journées annuelles de l'Association Française de Science des Systèmes Cybernétiques Cognitifs Et Techniques, Moulin d'Andé, mai 2003.
- [24] F. Schott-Billmann. *Le besoin de danser*, éditions Odile Jacob, Paris, 2001.
- [25] E. Schwarz. A Systems Holistic Interpretation of the Present State of the Contemporary Society and its Possible Futures, *Res-Systemica*, vol. 2, article 62, octobre 2002, [www.res-systemica.org](http://www.res-systemica.org).
- [26] P. Teilhard de Chardin. *Le phénomène humain*, Seuil, Paris, 1955.
- [27] Condensat de Bose-Einstein, [fr.wikipedia.org/wiki/Condensat\\_de\\_Bose-Einstein](http://fr.wikipedia.org/wiki/Condensat_de_Bose-Einstein).