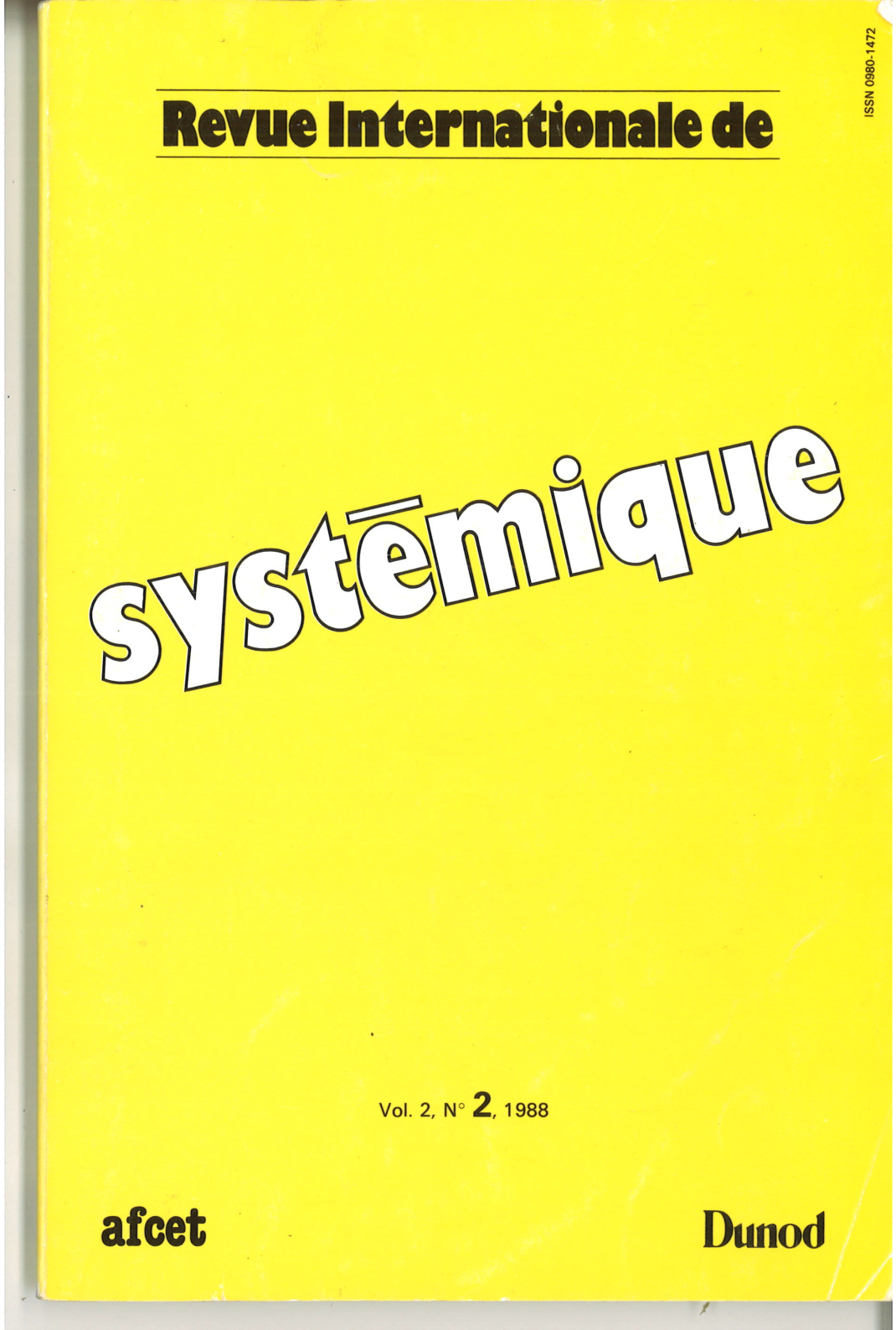


AFSCET

Revue Internationale de systēmique

Revue Internationale de Sytémique

volume 02, numéro 2, pages 123 - 147, 1988

Nouvelle approche du dilemme du prisonnier : la stratégie de la confiance

David Piotrowski, Gilles Le Cardinal
et Jean-François Guyonnet

Numérisation Afscet, janvier 2016.

Creative Commons

REVUE INTERNATIONALE DE SYSTEMIQUE
Vol. 2, N° 2, pp. 123 à 147

NOUVELLE APPROCHE DU DILEMME DU PRISONNIER : LA STRATEGIE DE LA CONFIANCE

D. PIOTROWSKI, G. LE CARDINAL, J.–F. GUYONNET

Université de Technologie de Compiègne [1]

Résumé

On propose de sortir du dilemme du prisonnier par le couplage virtuel des revenus des deux acteurs. Le paramètre de couplage est interprété comme la confiance d'un acteur dans la propension de l'autre à coopérer.

Un modèle à deux paramètres d'individualité est ensuite élaboré pour simuler la dynamique de la confiance d'un acteur au terme d'une séquence d'interaction.

Abstract

A new strategy to reach the cooperation issue of the prisonnier's dilemma is described. It is based on a virtual coupling of the actors' pay-off. The coupling factor is interpreted as the trust that one actor has in the other in term of inclination to choose the pacific behaviour.

Then a two parameters model is built to simulate the dynamics of trust after a game.

Introduction

Le champ des problématiques relatives au dilemme du prisonnier s'ordonne à notre sens suivant deux pôles complémentaires.

D'une part, un pôle «analytique» qui comprend pour l'essentiel la

1. Département Technologie et Sciences humaines, BP 649, F. 60206 Compiègne Cedex, France.

Revue internationale de systémique. 0980-1472 Vol. 2/88/02/123/25/$ 4.50/
© Gauthier-Villars

théorie des jeux ainsi qu'un ensemble de modèles mathématiques développés par A. Rapoport (réf. 1). Toutefois, ces derniers, constitués dans l'objectif de formaliser la dynamique comportementale d'un individu face à une série de dilemmes ne présentent, aux dires même de leur auteur, qu'un intérêt heuristique (réf. 1). Nous ne retiendrons donc comme part constitutive de ce pôle que la seule théorie des jeux. D'autre part, un pôle «métalogique», issu des travaux de N. Howard de l'Université de Pennsylvanie, qui traite le dilemme à un niveau logique supérieur (réf. 2).

Nous débuterons cette étude par le rappel des deux niveaux d'analyse. Puis, après examen de leurs fondements et évaluations des solutions associées, nous proposerons une tierce voie permettant de dépasser les impasses propres à chacun des niveaux. Sur cette base, nous proposerons enfin un modèle paramétrique de la dynamique comportementale de deux acteurs soumis à une série de dilemmes.

I. Les deux niveaux d'analyse du dilemme du prisonnier

1.1. *Le point de vue de la théorie des jeux*

Notation : nous désignerons par L et C les deux protagonistes du dilemme. Soient 1 (agressif) et 0 (coopératif) les deux stratégies possibles de chaque jour.

Les valeurs des fonctions d'utilité relatives aux différentes issues seront représentées par T R P S pour L, et T' R' P' S' pour C selon la matrice des revenus suivants :

C \ L	0	1
0	R R'	T S'
1	S T'	P P'

où
T (respectivement T') est le surgain de L (respectivement de C)
R (respectivement R') est le gain de L (respectivement de C)
P (respectivement P') est la perte de L (respectivement de C)
S (respectivement S') est la surperte de L (respectivement de C)

Le dilemme du prisonnier est alors défini par le jeu d'inégalités suivant réf. 1 :

$$(1)\begin{cases} T > R > P > S \\ T' > R' > P' > S' \end{cases}$$

Par le choix de trois paramètres libres A, B, C représentatifs de «l'intensité» du dilemme où :

$A = P - S$ mesure la peur d'être trahi
$B = R - P$ mesure l'attrait pour coopération
$C = T - R$ mesure la tentation de trahir

Les conditions (1) se réécrivent en (2) :

$$(2)\begin{cases} A > 0 & A' > 0 \\ B > 0 \quad \text{et} & B' > 0 \\ C > 0 & C' > 0 \end{cases}$$

Il suffit donc que l'un de ces six paramètres soit négatif ou nul pour que le dilemme «stricto sensu» disparaisse.

Règles de choix

Dans le cadre de la théorie des jeux (réf. 3), le dilemme du prisonnier s'étudie suivant le mode de comportement non coopératif, dont l'axiome essentiel est celui d'élimination des stratégies dominées. Les règles de choix stratégiques relatives à ce mode sont, de façon ordonnée (réf. 4). :

1 – si les joueurs ont une stratégie dominante, ils la choisissent ;

2 – si un seul joueur a une stratégie dominante, il la choisit, l'autre joueur optant alors pour la stratégie qui maximise son revenu sous l'hypothèse que le premier joueur a choisi la stratégie dominante ;

3 – en l'absence de stratégie dominante :

a. si la matrice des revenus présente un optimum de Pareto, les joueurs choisissent l'issue correspondante,

b. autrement ils jouent une stratégie prudente.

Dans le cas du dilemme du prisonnier, la stratégie 1 étant une

stratégie dominante pour les deux joueurs, ils seront donc rationnellement (au sens de la théorie des jeux) portés à jouer l'issue de l'agression mutuelle alors que l'issue de la coopération (0, 0) est un optimum de Pareto, c'est-à-dire une issue plus avantageuse pour les deux joueurs. Cela constitue le dilemme.

Remarque : comme le note A. Rapoport (réf. 9), les stratégies mixtes sont inadaptées au règlement du dilemme du prisonnier car ces dernières ne s'appliquent pas lorsque chaque joueur a une stratégie jugée la «meilleure» indépendamment de tout choix adverse.

DISCUSSION

La théorie des jeux se soutient d'un mode d'écriture qui lui confère une capacité opérationnelle. En effet, une formalisation du type analytique autorise l'édification d'un système de règles de choix applicables ; l'opérationnalité en découle. Mais cela conduit, en cas de dilemme, au choix de l'option agressive : solution défavorable au système constitué par les deux joueurs et partant insatisfaisante. Il y a donc lieu de poser la question suivante : quels sont les présupposés de la théorie des jeux qui autorisent la formulation de règles de choix dont l'emploi systématique génère des issues paradoxales ? De fait, la réponse se situe dans l'hypothèse même du comportement non coopératif. Celui-ci revenant à dire que chaque joueur s'estime isolé, il choisit donc sa stratégie indépendemment de l'intérêt commun, seul le guide l'intérêt individuel (réf. 3).

1.2. *Le pôle métalogique*

N. Howard a proposé l'étude du dilemme à un niveau logique supérieur. Il s'agit non plus de résoudre le dilemme en soi, mais un méta-dilemme associé. Nous en présentons ici la démarche en suivant le fil de l'exposé de A. Rapoport (réf. 5) :

L'on ne s'occupe plus des stratégies de premier ordre (1 ou 0) mais de stratégies conditionnées (méta-stratégies).

1er temps :

En conservant à C le choix des stratégies de premier ordre (1 ou 0), on donne à L le choix des quatre méta-stratégies (L_1, L_2, L_3 ou L_4) suivantes :

L_1 : jouer 0 systématiquement.

L_2 : jouer symétriquement (L choisit la stratégie qu'il pense que C va jouer)

L_3 : jouer dissymétriquement (L choisit la stratégie opposée à celle qu'il pense que C va jouer)

L_4 : jouer 1 systématiquement.

La matrice des revenus est alors la suivante :

C \ L	L_1	L_2	L_3	L_4
0	R / R'	R / R'	T / S'	T / S'
1	S / T'	P / P'	S / T'	P / P'

On remarque que L_4 est une stratégie dominante pour L. Ce niveau d'analyse intermédiaire (un seul joueur raisonnant suivant des méta-stratégies) ne modifie donc rien.

2ème temps :

On élève la matrice précédente au degré logique supérieur : soit tout en conservant à L les quatre méta-stratégies, L_1, L_2, L_3, L_4, on accorde à C seize stratégies conditionnelles relatives aux choix possibles de L. Les métastratégies de C sont donc de la forme d'un quadruplet (x_1, x_2, x_3, x_4) avec $x_i = 1$ ou 0, x_i étant l'option (agressive ou coopérative) répondant au choix possible L_i de L. Par exemple, (0, 0, 1, 1) est la métastratégie où C joue coopératif dans le cas où L opte pour L_1 ou L_2, et agressif pour L_3, L_4.

Si l'on étudie alors la distribution des revenus dans la matrice correspondant à un tel métadilemme, on s'aperçoit que les choix «rationnels» (toujours au sens de la théorie des jeux) sont la métastratégie L_2 pour L et (1 0 1 1) pour C. Soit donc pour L jouer comme C, et pour C jouer coopératif que si L joue L_2, c'est-à-dire joue comme lui. Nous avons donc une stratégie «en miroir» qui, si le premier reflet s'avère coopératif, débouche sur la coopération. Les gains correspondant étant alors ceux d'un Optimum de Pareto. N. Howard a ensuite démontré que pour tous les métadilemmes de degré logique supérieur, cette stratégie «en miroir» demeure dominante:

DISCUSSION

Par conséquence directe du niveau d'analyse choisi, le modèle métalogique ne permet pas d'élaborer un algorithme de décision. Il est donc inapplicable pratiquement. En revanche, ce modèle offre une résolution satisfaisante au dilemme du prisonnier.

Tout autant que nous avons cherché la cause de l'aporie de la théorie des jeux face au dilemme du prisonnier, il convient maintenant de s'interroger sur les raisons qui rendent satisfaisante la métastratégie. De fait, ces raisons tiennent à ce que nous opérons ici dans un systeme où la stratégie des joueurs englobe la connaissance de celle de leur partenaire : le modèle métalogique est donc à information parfaite.

1.3. *Bilan*

Nous en sommes donc rendus au point suivant : la stratification des niveaux d'analyse, et donc leur disjonction, s'exprime dans leur solution associée par des qualités en opposition : inacceptabilité mais opérationnalité pour la solution analytique ; acceptabilité mais inopérationalité pour la solution métalogique.

Cette stratification est sans nul doute la difficulté majeure à dépasser si l'on veut progresser dans la résolution du dilemme. L'objectif est donc de fusionner les deux pôles précédents afin d'adjoindre l'essentiel de la solution métalogique (information parfaite) au formalisme de la théorie des jeux. On conservera ainsi le mode analytique tout en évitant les écueils du type comportemental non coopératif. Nous y gagnerons alors la possibilité d'une méthode de résolution satisfaisant à l' opérationalité ainsi qu'à l'acceptabilité. C'est ce que nous allons développer plus avant.

2. Synthèse des niveaux d'analyse par la stratégie de la confiance

2.1. *Introduction du concept de la confiance*

A nos yeux, la solution «en miroir» du pôle métalogique est réductible dans son principe à la notion de confiance. En effet, ce concept, dans le cadre d'étude choisi, signifie que l'on accrédite le partenaire d'une certaine propension à jouer coopératif, et que l'on est sujet soi-même à une telle propension : la confiance nous établit donc déjà dans un cadre de coopération possible.

Remarque : nous nommerons «évaluation symétrique de la confiance» par un acteur, le cas raisonnable et équilibré où la propension à coopérer d'un acteur L est égale à la propension à coopérer que cet acteur L escompte de son partenaire C . S'il est facile de trouver des cas d'évaluation non symétrique comme le sacrifice ou la totale déloyauté, on conviendra qu'il s'agit de cas limites à étudier ultérieurement. C'est la cohérence même de l'acteur L, présupposée en théorie des jeux, qui rend intéressante l'hypothèse d'une évaluation symétrique de la confiance. En effet, il est logique que L accorde le niveau de sa propension à coopérer et le niveau qu'il estime être celui de l'autre. On est en général peu enclin à coopérer quand on sait que l'autre ne va pas le faire et inversement (sauf exceptions citées plus haut).

Nous limiterons donc notre étude, pour des raisons de simplicité (déjà relative !), au cas d'une évaluation symétrique des confiances par un même acteur. Notons que cette hypothèse ne signifie pas que la confiance de L en C, évaluée par L, soit identique à la confiance de L en C, évaluée par C, ni donc à la confiance de C en L, évaluée par C (ces deux dernières, par contre, étant égales par hypothèses).

Résumons nous : La confiance est un paramètre symétrique conditionnant le choix stratégique et pouvant engendrer la coopération. Plus précisément, nous dirons que la confiance est une «potentialité à la coopération», cette potentialité se réalisant dans la confrontation à un dilemme particulier (mesuré par son intensité) pour définir alors une option stratégique. Pour s'assurer que le concept de confiance est approprié à la gestion de la solution en miroir, il reste maintenant à vérifier que la confiance permet d'accéder, du moins aux yeux de chacun des joueurs, à l'information parfaite propre à la solution métalogique. Mais pour ce faire, il nous faut avant tout raffiner notre description.

Ayant ainsi fixé une détermination univoque au concept de confiance (d'autres sens étant possibles dans d'autres cadres d'étude : par exemple, celui de la confiance en la compétence), nous avons gagné la possibilité de lui assigner une écriture symbolique, et pouvons passer dès lors au stade de la formalisation. Spécifions au préalable les caractéristiques propres au concept de confiance que devra traduire son correspondant formel :

1 – La confiance représente la potentialité à la coopération. Dans un cadre analytique, une mesure en sera possible que nous nommerons «degré de coopération» et nous choisirons les notations suivantes :

x^2_1, représente le degré de coopération de l'acteur 1 (indice du bas) suivant l'évaluation de l'acteur 2 (indice du haut). Ainsi, par exemple, le degré de coopération de L., tel que L lui-même l'estime, sera noté $x^L{}_L$.

Sous l'hypothèse qui est la notre d'une évaluation symétrique, tous les degrés de coopération estimés par chaque partenaire doivent être égaux.

$$x^L{}_L = x^L{}_C \text{ et } x^C{}_C = x^C{}_L$$

de même

$$x^L{}_L = [x^C{}_L]^L \text{ et } x^C{}_C = [x^L{}_C]^C$$

où $[x^C{}_L]^L$ (respectivement $[x^L{}_C]^C$) représente le degré de coopération de L (respectivement de C) évalué par C (respectivement par L) dans le cadre de la vision de L (respectivement de C).

2 – La notion de coopération exprime la prise en compte de l'intérêt de l'autre en plus de son intérêt individuel. Les intérêts étant représentés par les revenus, la coopération recèle donc l'idée d'une association des revenus (relatifs à chaque issue) des deux protagonistes.

3 – Le concept de confiance introduit une identité décisionnelle entre les partenaires (du moins aux yeux de chacun d'eux) énoncés linguistiquement dans la solution en miroir. (i.e. : un acteur choisit une option à la condition qu'il pense que l'autre la choisisse aussi).

Toute formalisation de la notion de confiance devra donc déjà rendre compte des deux premières qualités : association et degré de coopération. Or l'opération de couplage, classique en théorie des systèmes, semble tout-à-fait appropriée (réf. 6). En effet, considérons par exemple du point de vue de L le nouveau gain virtuel NE_L :

$$NE_L = E_L + kE_C$$

avec : E_L : revenu de L

E_C : revenu de C associé

Ainsi le nouveau revenu NE_L est fonction d'une part, du revenu personnel E_L et d'autre part, du revenu du partenaire E_C pondéré par k.

– l'opération d'addition introduit l'association

– le cœfficient k de couplage mesure l'importance que L accorde à E_C : il représente donc son degré de coopération

$$\text{soit } k = x^L{}_L$$

Si la confiance est maximale, la coopération l'est aussi ; dans le

nouveau revenu NE_L, le gain du partenaire sera entièrement pris en compte, ce qui se traduit par $x^L{}_L = 1$.

Inversement pour $x^L{}_L = 0$ on a $NE_L = E_L$: il n'y a aucune association (confiance nulle). Le domaine de définition de $x^L{}_L$ est donc [0, 1] (le même raisonnement est valable pour C par permutation des indices L et C).

Remarque : la troisième caractéristique : l'identité décisionnelle, sera prise en compte lors de la résolution du dilemme.

2.2. *Dilemme virtuel*

En prenant toujours dans ce qui suit le point de vue de l'acteur L, nous montrons maintenant que par l'opération de couplage, on accède à une information (subjectivement) parfaite.

Soit donc $x^L{}_C$ le degré de coopération de C (envers L) évalué par L

$x^L{}_L$ le degré de coopération de L (envers C) évalué par L

L'opération de couplage génère pour L un nouveau dilemme d'ordre virtuel, qui se présente ainsi (notons avec un indice N les nouveaux revenus virtuels) :

$$T_N = T + x^L{}_L S' \qquad T'_N = T' + x^L{}_C S$$

$$R_N = R + x^L{}_L R' \qquad R'_N = R' + x^L{}_C R$$

$$P_N = P + x^L{}_L P' \qquad P'_N = P' + x^L{}_C P$$

$$S_N = S + x^L{}_L T' \qquad S'_N = S' + x^L{}_C T$$

C \ L	0	1
0	R_N / R'_N	T_N / S'_N
1	S_N / T'_N	P_N / P'_N

Comme, par hypothèse $x^L{}_C = x^L{}_L$ nous noterons x le degré de coopération.

Les nouveaux paramètres d'évaluation de l'intensité du dilemme seront :

$$A_N = P_N - S_N = (P - S) - x(T' - P') \quad A'_N = P'_N - S'_N = (P' - S') - x(T - P)$$

$$B_N = R_N - P_N = (R - P) + x(R' - P') \quad B'_N = R'_N - P'_N = (R' - P') + x(R - P)$$

$$C_N = T_N - R_N = (T - R) - x(R' - S') \quad C'_N = T'_N - R'_N = (T' - R') - x(R - S)$$

Les nouveaux revenus virtuels définissent donc une matrice subjective qui, par interaction avec les règles de choix de la théorie des jeux, permet la reconstruction de l'option stratégique du partenaire.

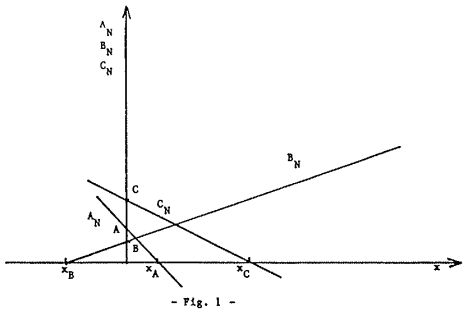
Nous avons ainsi achevé la première étape d'une synthès des niveaux d'analyse par la confiance. Celle-ci, moteur de la résolution métalogique trouve sa formulation analytique dans l'opération de couplage. En tant qu'instance de liaison, elle permet de rompre cet isolement qui est cause de l'inacceptabilité de la solution analytique.

2.3. *Résolution du dilemme*

Il s'agit maintenant d'établir la résolution du dilemme suivant le mode stratégique de la confiance.

Par définition (réf. 1), le dilemme stricto sensu disparaît dès lors qu'un des six paramètres devient négatif ou nul.

Considérons d'abord seulement les trois paramètres propres à L, soit A_N, B_N, C_N. L'allure de leurs variations en fonction de x est la suivante :



- Fig. 1 -

Notons x_A, x_B, x_C les valeurs de x annulant A_N, B_N et C_N.

Le domaine de variation de x étant [0, 1], nous remarquons déjà que B_N, qui est fonction croissante de x et à cœfficients positifs, ne peut jamais devenir négatif. C'est donc de A_N et C_N, fonctions décroissantes de x, que l'on doit attendre la résolution du dilemme.

Les positions relatives de x_A et x_C par rapport à la borne supérieure du domaine de variation de x définissent trois cas d'étude :

α) $x_A < 1$ et $x_C < 1$

β) $x_A \leq 1 \leq x_C$ ou $x_C \leq 1 \leq x_A$

γ) $x_A > 1$ et $x_C > 1$

2.4. *Etude*

α) hypothèse $x_A < 1$ et $x_C < 1$

α_1) *1er sous cas* : si $x > \sup(x_A, x_C)$

$x > x_A$ et $x > x_C$ est équivalent à $A_N < 0$ et $C_N < 0$.

Si l'on étudie alors les distributions possibles des revenus virtuels T_N, P_N, R_N et S_N (c'est-à-dire leur classement par ordre de valeur) vérifiant les hypothèses d'étude sur x, x_A, x_C, on s'aperçoit d'une part, qu'ils ne vérifient plus les conditions d'inégalité du dilemme, et d'autre part, qu'ils déterminent toujours une stratégie dominante coopérative. La confiance (mesurée par son degré de coopération) est donc suffisante pour que, suivant les règles de choix de la théorie des jeux, le choix stratégique se porte sur l'option coopérative.

α_2) *2ème sous cas* : si x est compris entre x_A et x_C

Alors on a, selon que $x_A > x_C$ ou que $x_A < x_C$: $(A_N < 0$ et $C_N > 0)$ ou $(A_N > 0$ et $C_N < 0)$.

On échappe donc encore cette fois-ci au dilemme, mais toutes les distributions possibles des revenus vérifiant les hypothèses n'imposent pas de stratégie unique (toujours suivant les règles de choix admises). Il faudra que L confronte ses revenus virtuels à ceux de C : le choix stratégique se faisant en vertu des règles énoncées dans la première partie de cette étude.

α_3) *3ème sous cas* si $x < \inf(x_A, x_C)$ donc $A_N > 0$ et $C_N > 0$

Alors le degré de coopération n'est pas suffisant pour modifier qualitativement la nature de la distribution des revenus de L qui demeure celle d'un dilemme du prisonnier : le joueur L choisit donc naturellement la stratégie agressive.

β) hypothèse $x_A < 1 < x_C$ ou $x_C < 1 < x_A$

L'étude de ce cas nous conduit aux mêmes résultats que ceux des cas particuliers α_2 et α_3 précédents.

γ) hypothèse $x_A > 1$ et $x_C > 1$

$x_A > 1$ et $x_C > 1$ revient à écrire $A_N > 0$ et $C_N > 0$ et ceci $\forall x$.

Du point de vue de L cette hypothèse signifie qu'en aucun cas la confiance ne sera suffisante pour modifier la stratégie rationnelle agressive qu'impose la théorie des jeux. Il semblerait qu'un tel constat invalide notre modèle ; en effet, pour $x = 1$, la confiance étant totale, on devrait donc s'attendre au choix systématique de la stratégie coopérative.

2.5. *Introduction de l'option prédominante*

Cette apparente inconséquence s'explique en fait comme suit : nous avons jusqu'à présent ignoré la troisième condition d'identié décisionnelle que doit vérifier le mode stratégique de la confiance. Nous n'avons en effet pris en compte, pour déduire les choix stratégiques, que les seuls nouveaux revenus de L, alors qu'il faudrait aussi tenir compte du choix de C (selon L) et pour cela étudier les distributions des nouveaux revenus T'_N, R'_N, P'_N, S'_N de C évalués par L au même niveau de confiance.

Etudions plus en détail les impératifs de la condition (3) d'identité décisionnelle. Celle-ci exprime que le choix stratégique est lié aussi à un consensus (subjectif car du point de vue de L seul). Ainsi, si selon L (i.e. relativement à la matrice des revenus virtuels établie par L) une même stratégie (coopérative ou agressive) s'impose à lui ainsi qu'à son partenaire, alors le choix se portera naturellement sur celle-ci. Mais les options stratégiques fournies par la théories des jeux peuvent aussi différer suivant les joueurs. Dans cette situation, possible dans tous les cas de figure précédents, les options déduites ne peuvent alors être considérées que comme une étape intermédiaire de l'élaboration du

choix final (nous les nommerons stratégies intermédiaires)., ce dernier n'étant défini que la condition (3) satisfaite. La question qui se pose alors est la suivante : laquelle des deux stratégies en confrontation va s'imposer à l'autre pour établir le consensus ? Nous nommerons option prédominante une telle stratégie.

Il faut remarquer avant tout qu'aucune raison extérieure à notre modèle n'impose à l'agression ou à la coopération d'être l'option préminante. C'est donc par des motifs internes que nous parviendrons à la définir, et plus précisément, par l'étude du dernier cas de figure ($x_A > 1$, $x_C > 1$) qui est le plus contraignant.

En effet qu'en est-il ? Pour L isolemment, la situation semble bloquée, c'est-à-dire quel que soit son niveau de confiance, la disposition de ses revenus virtuels l'engage à opter pour l'agression. On voit donc bien par ce cas de figure que le choix de l'agression comme option prédominante est inacceptable, ceci pour des raisons intrinsèques à notre démarche ; on ne peut en effet, supposer des situations de dilemme interdisant à confiance totale, toute possibilité de coopération. Il ne reste donc que la coopération comme option prédominante possible. Et nous nous assurons maintenant que ce choix est cohérent au reste du modèle. Pour cela, étudions les cas [x_A et $x_C > 1$] et [x'_A et $x'_C > 1$] (où x_A, x_C, x'_A, x'_C sont les valeurs qui annulent respectivement A_N, C_N, A'_N, C'_N), nous pouvons écrire les équations suivantes :

(a) $x_A > 1 \Leftrightarrow P - S > T' - P'$ (c) $x'_A > 1 \Leftrightarrow P' - S' > T - P$

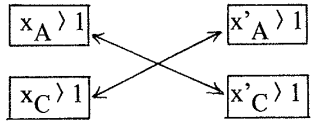
(b) $x_C > 1 \Leftrightarrow T - R > R' - S'$ (d) $x'_C > 1 \Leftrightarrow T' - R' > R - S$

Par ailleurs, les conditions du dilemme sont :

$$T > R > P > S$$
$$T' > R' > P' > S'$$

Or, après calcul, nous constatons que les conditions (a) et (d) juxtaposés génèrent une contradiction ($P - R > R' - P'$) et de même pour (b) et (c) qui génèrent ($P - R > R' - P'$), ce qui est faux.

Nous avons donc le tableau d'exclusions fléchées suivant :



Ce qui signifie que si la situation semble bloquée pour L isolément (propriété a et b véfifiées) alors il ne peut en être de même pour C (a et b incompatibles avec c et d), du moins aux yeux de L. Il existe donc toujours un niveau de confiance x qui autorise L soit à coopérer soit à penser que C va coopérer. Et dès lors, la coopération en tant qu'option prédominante s'imposera. *Ainsi, quel que soit le dilemme, suivant le mode stratégique de la confiance, il y a toujours une coopération possible.*

2.6. *Récapitulation des choix stratégiques*

Dans le tableau suivant nous présentons tous les cas de figure relatifs aux différents positionnements possibles de x par rapport à x_A, x_C, x'_A, et x'_C, et les options stratégiques qui leur correspondent suivant le mode de la confiance. Ceci toujours du point de vue d'un seul joueur, L par exemple.

	$x > \sup(x_A, x_C)$	$x > \inf(x_A, x_C)$ et $x < \sup(x_A, x_C)$	$x < \inf(x_A, x_C)$
$x > \sup(x'_A, x'_C)$	(1)	(2 c)	(2 d)
$x > \inf(x'_A, x'_C)$ et $x < \sup(x'_A, x'_C)$	(2 a)	(3)	(3)
$x < \inf(x'_A, x'_C)$	(2 b)	(3)	(4)

(1) Les stratégies intermédiaires, déduites par l'application des règles de choix de la théorie des jeux sur le dilemme virtuel, sont pour L et C des stratégies coopératives. L'identité décisionnelle étant respectée, le choix final se porte donc sur l'option coopérative.

(2) Dans ces différents cas de figure, un des joueurs a toujourss une stratégie intermédiaire coopérative : L dans les cas (a) et (b), C dans les cas (c) et (d). Cette stratégie joue donc son rôle de stratégie prédominante et s'impose alors comme choix final.

(3) Nous n'avons pas ici systématiquement au moins une stratégie intermédiaire coopérative pour L ou C. Il faut à chaque fois avoir recours aux règles de choix pour déduire les stratégies intermédiaires de L et C. Si l'une d'elles au moins est coopérative, alors de par sa prédominance, le choix final sera la coopération. Autrement ce sera l'agression.

(4) Nous sommes ici dans la même situation qu'en (1), à ceci près que les stratégies intermédiaires sont toutes deux agressives. L'option finale est donc l'agression.

Conséquences : En raisonnant suivant le mode de la confiance, nous avons pu resituer le dilemme du prisonnier dans un ordre «subjectif» où la rationnalité de la théorie des jeux ne conclut plus obstinément au choix stratégique agressif, mais permet aussi la coopération.

L'introduction de l'opération de couplage a élargi le cadre formel de la théorie des jeux : tout choix stratégique s'élabore maintenant à la suite du calcul de la matrice des revenus virtuels par le cœfficient de confiance. Tous les éléments nécessaires à la constitution de «machines décisionnelles» opérant suivant la stratégie de la confiance (ou suivant des stratégies extrapolées) sont donc maintenant réunis.

Nous proposons, dans la suite de cette étude, une forme possible d'un tel ensemble d'automates décisionnels dynamiques. Toutefois, comme il s'agit ici d'illustration, nous avons choisi de nous cantonner à un système simple – rien n'empêchant du reste de la raffiner par la suite – de sorte qu'apparaisse clairement l'usage des apports de la stratégie de la confiance précédemment élaborée.

3. Dynamique de la confiance

3.1. *Paramètres subjectifs*

Nous réglons dans ce paragraphe un petit problème de cohérence lié à la présence simultanée de valeurs subjectives (x variant de 0 à 1) et des paramètres objectifs que sont les revenus T, R, P et S. En fait, il n'existe pas de dilemme bi-univoquement associé à une matrice des revenus : la matrice «objective» existe en théorie, mais le dilemme quant à lui, éminemment subjectif, n'apparaît qu'au travers des évaluations des revenus par les protagonistes, c'est-à-dire au travers des importances accordées aux gains et aux pertes par chaque joueur.

Nous allons donc attribuer à chaque joueur des fonctions d'évaluation qui, à tout revenu (ou événement objectif) associe une valeur d'importance variant de 0 (importance nulle) à 1 (importance totale)

La matrice objective étant (1)

C \ L	0	1
0	R, R'	T, S'
1	S, T'	P, P'

Soient φ_L, φ_C^L , φ_L^{CL}, les fonctions d'évaluation de L, qui représentent respectivement les fonctions d'évaluation des revenus par L, par C selon L, et par L selon C dans la vision de L.

Soit $x_L^L = x_C^L = x_L^{CL} = x$, la confiance de L en C

La matrice (1) engendre deux matrices subjectives :

– La matrice évaluée par L avec :

$t_L = \varphi_L(T)$ $t'^L_C = \varphi^L_C(T')$

$r_L = \varphi_L(R)$ $r'^L_C = \varphi^L_C(R')$

$p_L = \varphi_L(P)$ $p'^L_C = \varphi^L_C(P')$

$s_L = \varphi_L(S)$ $s'^L_C = \varphi^L_C(S')$ (2)

C \ L	0	1
0	r_L, r'^L_C	t_L, s'^L_C
1	s_L, t'^L_C	p_L, p'^L_C

– La matrice évaluée par C selon l'estimation de L, avec :

$t_L^{CL} = \varphi_L^{CL}(T)$

$r_L^{CL} = \varphi_L^{CL}(R)$

$p_L^{CL} = \varphi_L^{CL}(P)$

$s_L^{CL} = \varphi_L^{CL}(S)$ (3)

C \ L	0	1
0	r_L^{CL}, r'^L_C	t_L^{CL}, s'^L_C
1	s_L^{CL}, t'^L_C	p_L^{CL}, p'^L_C

Après couplage, le dilemme sera évalué par les six paramètres subjectifs :

$a_n = p_L - s_L - x(t'^L_C - p'^L_C)$ $\quad a'_n = p'^L_C - s'^L_C - x(t_L^{CL} - p_L^{CL})$

$b_n = r_L - p_L + x(r'^L_C - p'^L_C)$ $\quad b'_n = r'^L_C - p'^L_C + x(r_L^{CL} - p_L^{CL})$

$c_n = t_L - r_L - x(r'^L_C - s'^L_C)$ $\quad c'_n = t'^L_C - r'^L_C - x(r_L^{CL} - s_L^{CL})$

Nous travaillerons donc maintenant avec des matrices «subjectives» dont les valeurs d'importance varient de -1 à $+1$ (-1 valeur pour une perte d'importance absolue, et $+1$ un gain d'importance absolue). On écrira en minuscules les valeurs d'importance correspondant aux utilités objectives écrites antérieurement en majuscules. Ainsi :

$-2 < a_n < +2$ $\quad 0 < b_n < 4$ $\quad -2 < c_n < +2$

$-2 < a'_n < +2$ $\quad 0 < b'_n < 4$ $\quad -2 < c'_n < +2$

3.2. *Modélisation de l'accroissement de confiance après une séquence d'interaction*

Soit du point de vue de L $[x_n]$ le niveau de confiance précédant la N-ième partie, et soit $[x_{n+1}]$ le niveau à l'issue de celle-ci.

Notre objectif est de proposer une détermination de la variation de confiance $v = x_{n+1} - x_n$ en fonction de la situation associée à la N-ième partie et des stratégies qu'ont choisies les joueurs.

1ère étape : Notion d'information qualitative

Nous savons qu'il suffit à l'un des paramètres a_n, b_n, c_n d'être négatif pour que la nature de la matrice des revenus soit modifiée. Or b_n restant toujours positif, l'information qualitative, c'est-à-dire l'information notifiant de la sortie du dilemme, ne sera donc fonction que de a_n et c_n.

Conséquences : (a_n, c_n) et b_n ne sont pas des paramètres de même nature. Ils auront donc des fonctions distinctes : d'une part, a_n et c_n comme supports de l'information principale I_1, et d'autre part, b_n dans un rôle de pondération (information annexe) I_2 de l'in-

formation principale I_1. Ceci constituera l'hypothèse (1), soit :

$$I = KI_1I_2.$$

2ème étape : Notion d'information quantitative

Par analogie avec un résultat classique de la théorie de l'information, on pose que la mesure de la quantité d'information sera proportionnelle à l'incertain de l'option adverse réalisée, c'est-à-dire à l'écart séparant les paramètres a'_n , b'_n , c'_n de leurs valeurs de «certitude totale» (i.e. les valeurs maximales et minimales) :

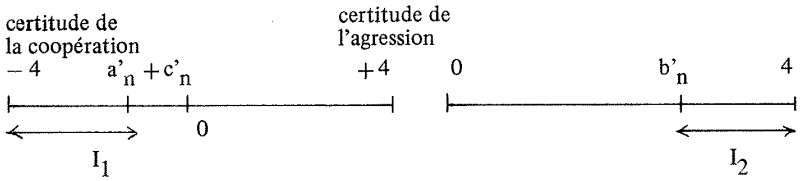
$$(a'_n + c'_n) \in]-4+4[\ ; b'_n \in]0, 4[\ ).$$

Remarque : Dans ce qui suit, pour des raisons de simplicité, nous prendrons une formulation linéaire.

EXEMPLE :

Si $a'_n = -1$; $b'_n = +2{,}5$; $c'_n = -0{,}5$.

Le joueur L suppose donc que C va jouer coopératif puisque pour C (selon L) la peur d'être trahi (a'_n) comme la tentation de trahir (c'_n) sont négatifs. Si c'est effectivement le cas, et conformément à l'hypothèse (1), l'information I relative à cette occurrence vaudra : $I = KI_1I_2$.



Soit $I = KI_1\ I_2 = K\,(a'_n + c'_n + 4).\,(4 - b'_n)$

avec $K = 1/32$ de sorte que $I \in [0,1]$

3ème étape : Fonctionnement en variations unilatérales

On pose (hypothèse 2) que la variation de confiance sera proportionnelle à la quantité d'information acquise au cours de la dernière séquence.

Soit $\triangle^+ = 1 - x_n$ et $\triangle^- = x_n$, les écarts de x_n par rapport à sa valeur maximale et minimale.

La comparaison entre la stratégie attendue et celle effectivement jouée détermine le sens de variation de la confiance. De plus, on supposera aussi la variation de confiance proportionnelle à $\triangle^+$ ou $\triangle^-$ (notation $\triangle$) suivant les cas de variation croissante ou décroissante (hypothèse 3). Nous nommerons v_i cette variation canonique.

Soit : $|v_i| = I.\triangle$

EXEMPLE :

Si L avec une confiance x_n, après évaluation virtuelle de la matrice subjective de C, attend de celui-ci la coopération, et que C choisit l'agression, alors la confiance de L diminue de $|v_i|$.

avec $|v_i| = \triangle^-.\,I$ hypothèses (2, 3)

et $I = KI_1\ I_2 = \dfrac{(4 - a'_n - c'_n)\,(b'_n)}{32}$ hypothèse (1)

Donc, plus l'option adverse est inattendue (I tendant vers 1), plus la diminution de confiance sera grande avec au maximum $|v_i| = \triangle^-$ soit $x_{n+1} = 0$ (confiance nulle). (On perd en une séquence toute la confiance que l'on avait auparavant en l'autre).

3.3. *Introduction de paramètres d'individualité* λ, μ

Hypothèse (4) :

Pour éviter un mode de variation «figé», nous introduisons un paramètre λ «d'individualité» dont le rôle est de moduler les variations canoniques v_i, la variation de confiance v sera donc fonction de v_i et de λ.

On choisit tel que $\lambda \in [-1, +1]$:

pour $\lambda = +1$: la variation de confiance est systématiquement maximale $v = \triangle^+$ ou $\triangle^-$

pour $\lambda = 0$: la variation est «canonique» $v = v_i$

pour $\lambda = -1$: la variation est toujours nulle $v = 0$

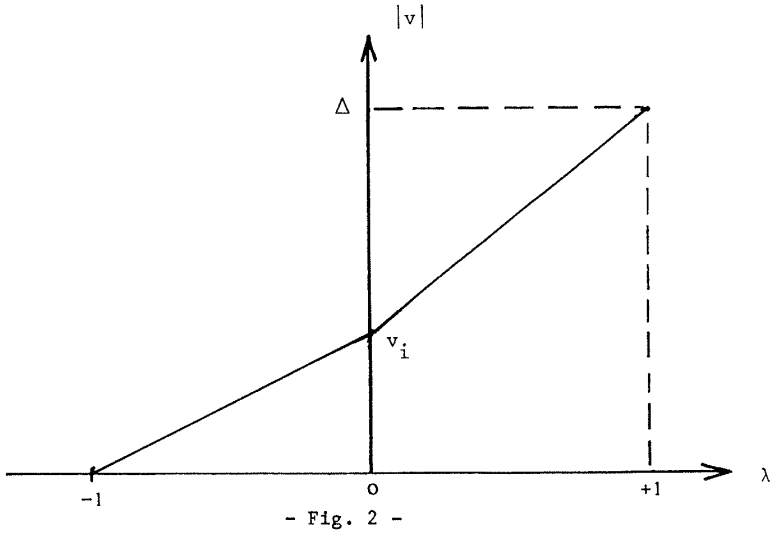
Comme précédemment pour simplifier la formulation, nous prendrons des fonctions linéaires :

pour $\lambda > 0$ $v = v_i f_i(\lambda)$ avec : $f_i(\lambda) = \frac{\Delta - v_i}{v_i}$). . $(\lambda) + 1$

pour $\lambda < 0$ $v = v_i f_i(\lambda)$ avec : $f_i(\lambda) = (1 + \lambda)$

Rappel : pour une variation dans le sens d'une augmentation de confiance, on prend $\Delta = \Delta^+$, autrement $\Delta = \Delta^-$.

Graphe des variations de $|v|$ en fonction de λ



- Fig. 2 -

d'où le tableau 1 des expressions analytiques des variations dans les différents cas de figure : (tableau page suivante).

Exemple : si L est sûr, soit de la coopération, soit de l'agression de C. Les paramètres a'_n, b'_n, c'_n sont en butée, dans le premier cas, la peur d'être trahi et la tentation de trahir sont minimales et l'attrait de la coopération maximal ($a'_n = c'_n = -2$, $b'_n = 4$) ; dans le second la peur et la tentation sont maximales et l'attrait minimal ($a'_n = c'_n = 2$, $b'_n = 0$).

Examinons alors les quatre cas de figures possible dans le tableau 2 des valeurs limites.

stratégie attendue	stratégie jouée	VARIATIONS
Coop	Agr	$x_{n+1} = x_n - \|v\|$ diminution de confiance $\|v\| = [\Delta^- \frac{(4 - a'_n - c'_n)(b'_n)}{32}] f_1(\lambda) = v_1 f_1(\lambda)$
Coop	Coop	$x_{n+1} = x_n + \|v\|$ augmentation de confiance $\|v\| = [\Delta^+ \frac{(a'_n + c'_n + 4)(4 - b'_n)}{32}] f_2(\lambda) = v_2 f_2(\lambda)$
Agr	Agr	$x_{n+1} = x_n - \|v\|$ diminution de confiance $\|v\| = [\lambda^- \frac{(4 - a'_n - c'_n)(b'_n)}{32}] f_3(\lambda) = v_3 f_3(\lambda)$
Agr	Coop	$x_{n+1} = x_n + \|v\|$ augmentation de confiance $\|v\| = [\Delta^+ \frac{(a'_n + c'_n + 4)(4 - b'_n)}{32}] f_4(\lambda) = v_4 f_4(\lambda)$

Tableau 1

stratégie attendue	stratégie jouée	VARIATIONS
Coop	Agr	$a'_n = 2$ Valeurs $b'_n = 4$ $\rightarrow I = 1$ $\rightarrow \|v\| = \Delta^- f_1(\Delta)$ $c'_n = 2$ maximales
Coop	Coop	$a'_n = 2$ Valeurs $b'_n = 4$ $\rightarrow I = 0$ $\rightarrow \|v\| = 0$ $c'_n = 2$ maximales
Agr	Agr	$a'_n = 2$ Valeurs $b'_n = 0$ $\rightarrow I = 0$ $\rightarrow \|v\| = 0$ $c'_n = 2$ maximales
Agr	Coop	$a'_n = 2$ Valeurs $b'_n = 0$ $\rightarrow I = 1$ $\rightarrow \|v\| = \Delta^+ f_4(\lambda)$ $c'_n = 2$ maximales

Tableau 2

Hypothèse (5) :

Le mode de variation unilatéral présenté ci-dessus n'est pas suffisant pour modéliser le mécanisme général, car celui-ci est double. D'une part, L pense faire évoluer la confiance de C en jouant confor-

mément ou non à son analyse (définie par a_n, b_n, c_n), soit x_n devient X'_{n+1} (noté $x_n \rightarrow X'_{n+1}$). D'autre part, L réévalue la confiance accordée à C en confrontant la stratégie choisie par C à celle qu'il escomptait de lui (définie par a'_n, b'_n, c'_n), soit $x_n \rightarrow X_{n+1}$ (étudié précédemment).

En fait, ces deux moments sont de pures virtualités car sous l'hypothèse d'évaluation symétrique, la confiance de L en C est celle de C en L (du point de vue de L) ont une seule et même valeur. La dynamique $x_n \rightarrow X_{n+1}$, et X'_{n+1}, formalisée par le premier tableau (dédoublé pour C) doit donc être achevée par une synthèse

$$\left.\begin{matrix} X_{n+1} \\ X'_{n+1} \end{matrix}\right\} \rightarrow x_{n+1}$$

Le mécanisme de cette synthèse doit attribuer à x_{n+1} une valeur issue de X_{n+1} et X'_{n+1}. Une hypothèse raisonnable est de l'écrire comme barycentre b de inf (X_{n+1}, X'_{n+1}) et sup (X_{n+1}, X'_{n+1}) affectés des cœfficients pondérateurs $(1 - x_n)$ et (x_n). Ce qui signifie que l'état antérieur de la confiance influence dans son sens l'état à venir. A ce stade, x_{n+1} est donc la valeur canonique b comprise entre X_{n+1} et X'_{n+1}.

Pour les mêmes raisons que précédemment, nous introduisons un autre paramètre «d'individualité» μ tel que $\mu \in [-1, +1]$.

pour $\mu = -1$

$x_{n+1} = X'_{n+1}$ le point de vue de C (selon L) est seul pris en compte par L

pour $\mu = 0$

$x_{n+1} = (1-x_n).\inf(X_{n+1}, X'_{n+1}) + (x_n).\sup(X_{n+1}, X'_{n+1}) = b$

Les deux points de vue sont pondérés par la confiance existant avant la dernière séquence.

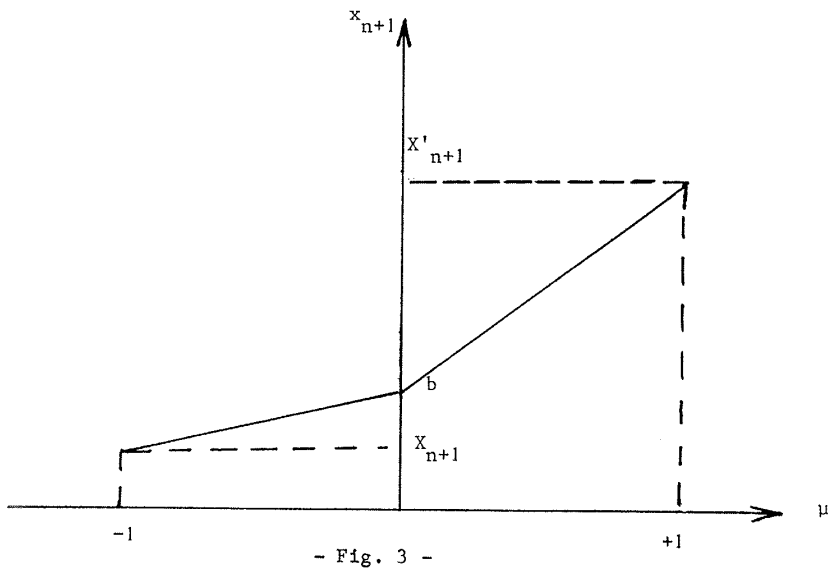
pour $\mu = +1$

$x_{n+1} = X_{n+1}$ le point de vue de L est seul pris en compte par L

Entre ces trois valeurs, nous prendrons encore pour simplifier une expression linéaire soit :

$$\mu > 0 : x_{n+1} = b + \mu\ (X_{n+1} - b)$$
$$\mu < 0 : x_{n+1} = b - \mu\ (X'_{n+1} - b)$$

Graphe des variations de x_{n+1} en fonction de μ
(cas particulier : si $X'_{n+1} \rangle X_n$)



- Fig. 3 -

Interprétation des paramètres λ *et* μ

■ Le paramètre λ représente l'influence de la dernière séquence pour l'élaboration de la nouvelle confiance. Ainsi, aux extrêmes pour $\lambda = 1$, la dernières séquence aura un rôle hypertrophié. Inversement, pour $\lambda = -1$, elle sera totalement négligée.

■ Le paramètre μ quant à lui, est significatif du caractère influençable d'un joueur : pour $\mu = 1$, la variation de confiance est totalement indépendante de celle du partenaire, caractère exo-centré. Pour $\mu = -1$, le joueur est entièrement centré sur lui-même, caractère égo-centré.

Conclusion

Dans un premier temps, nous avons montré comment sortir concrètement du dilemme du prisonnier par un raisonnement basé sur le concept de confiance qui se traduit par un couplage des revenus des deux acteurs. Nous avons proposé ensuite un modèle permettant de simuler la dynamique de la confiance. Grâce à cinq hypothèses et à la linéarisation des fonctions entre leurs bornes, nous avons mis en évidence un espace comportemental à deux dimensions : le plan λ , μ .

Ces deux paramètres caractérisent un acteur particulier quant à la façon dont il fait varier sa confiance dans la coopération de l'autre à l'issue d'une séquence d'interaction. λ peut s'interpréter comme le degré d'importance accordé à la dernière séquence, μ exprime le degré de concentration de l'acteur sur sa propre perception par rapport à la prise en compte du point de vue de l'autre.

Un mode stratégique peut donc être représenté par un couple de valeurs λ et μ . La célèbre stratégie «tit for tat» qui a démontré sa supériorité lors de deux confrontations organisées par Axelrod (réf. 7) sur une série de parties à dilemme figé, est représentée par le point $\lambda = 1$, $\mu = 1$: il s'agit d'une attribution de confiance conférant une importance essentielle à la dernière séquence et totalement exo-centrée.

La voie est ainsi ouverte à la réalisation d'une machine décisionnelle dont il est possible de paramétrer la stratégie d'attribution de confiance, et donc de l'optimiser par apprentissage et par identification de la stratégie du partenaire. Si on autorise en plus, la machine à refuser certaines séquences trop risquées et même à arrêter définitivement la série, on fera apparaître un système comportant d'intéressantes et multiples boucles de rétro-action entre le niveau de confiance, véritable variable d'état définissant la qualité de la relation existant entre les deux acteurs, l'intensité des dilemmes auxquels ils accepteront de participer et l'évolution réciproque de leur mode d'attribution de la confiance.

Références

(1) RAPOPORT A., CHAMMAH A.H., *Prisonner's dilemma,* University of Michigan Press, 1965.

(2) HOWARD N., *Paradoxes of Rationality,* The MIT Press, 1971.

(3) MOULIN H, *Théorie des jeux pour l'économie de la politique,* Hermann, Paris, 1981.

(4) RAPOPORT A., GUYER M., *A taxonomy of 2 x 2 games,* General Systems, 11, 1966.

(5) RAPOPORT A., *Escape from paradox,* Scientific American, Vol. 217, p. 50, July 1967.

(6) LE CARDINAL G., GUYONNET J.-F., *Les mathématiques de la confiance,* Pour la Science, n-81, p. 71, juillet 1984.

(7) AXELROD R., HAMILTON W.D., *The evolution of cooperation,* Sciences,Vol. 211, 27 march 1981.