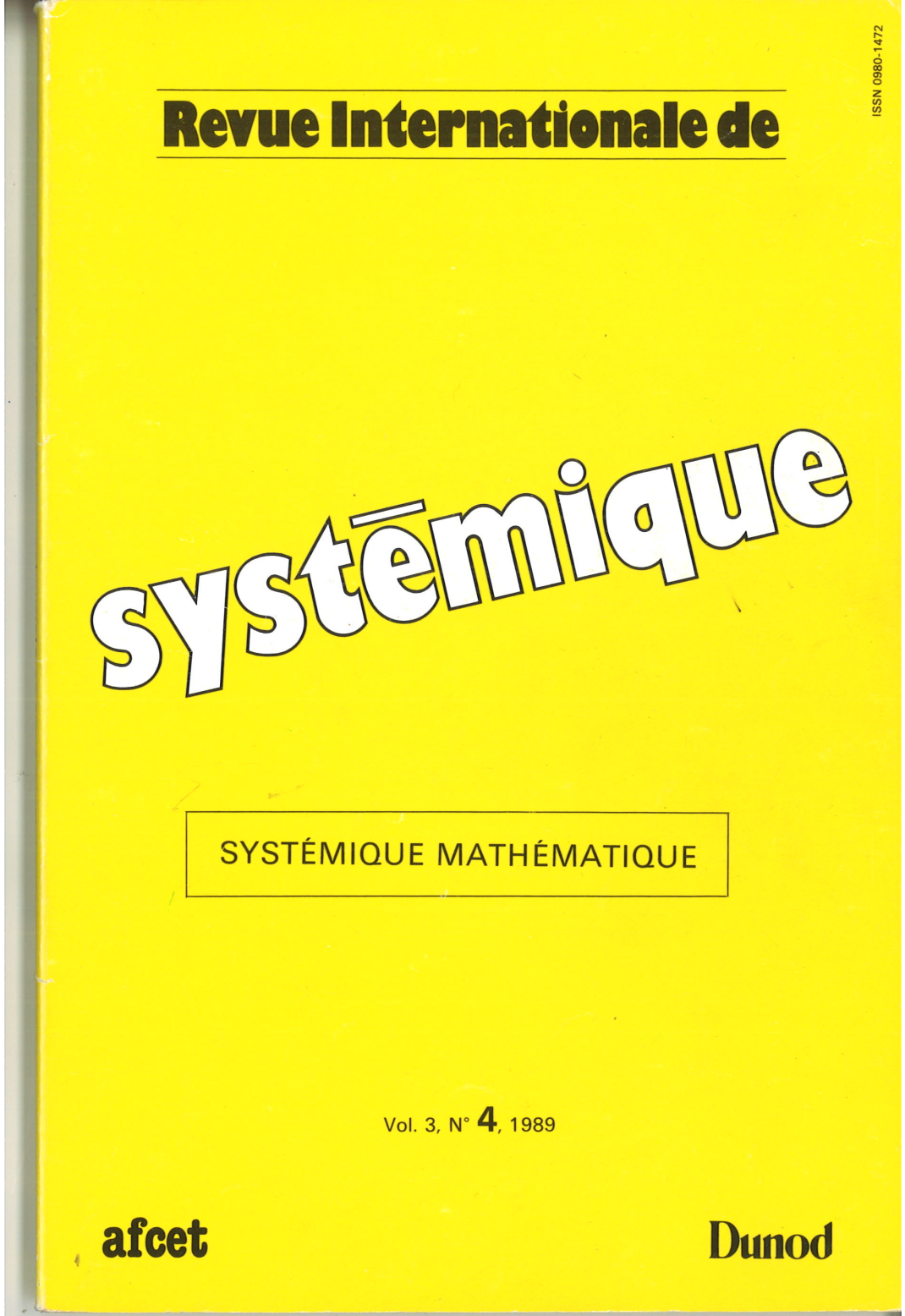

AFSCET

Revue Internationale de systémique

Revue Internationale de Sytémique

volume 03, numéro 4, pages 363 - 373, 1989

Systémique mathématique

Bernadette Bouchon-Meunier,
Thiébaut Moulin et Bernard Paulré

Numérisation Afscet, décembre 2015.

Creative Commons

Revue Internationale de systémique

Rédacteur en chef : B. Paulré. ***Rédacteur en chef adjoint*** : E. Andreewsky
Secrétariat de Rédaction : F. Tavernier

Comité scientifique

J. Aracil	Université de Séville
H. Atlan	Université Hébraïque de Jérusalem
A. Bensoussan	Institut National de Recherche en Informatique et en Automatique
M. Bunge	Université Mc Gill
C. Castoriadis	École des Hautes Études en Sciences Sociales
G. Chauvet	Université d'Angers
A. Danzin	Consultant indépendant
P. Davous	EUREQUIP
J.P. Dupuy	CREA – École Polytechnique
H. Eto	Université de Tsukuba
H. von Foerster	Université d'Illinois
N.C. Hu	Université de Technologie de Shanghaï
R.E. Kalman	École Polytechnique Fédérale de Zurich
G. Klir	Université d'État de New York à Binghamton
E. Laszlo	Institution des Nations Unies pour la Formation et la Recherche
J.-L. Le Moigne	Université Aix-Marseille III
J. Lesourne	Conservatoire National des Arts et Métiers
L. Löfgren	Université de Lund
N. Luhmann	Université de Bielefeld
M. Mesarovic	Université Case Western Reserve
E. Morin	École des Hautes Études en Sciences Sociales
E. Nicolau	École Polytechnique de Bucarest
A. Perez	Académie Tchécoslovaque des Sciences
E. W. Ploman	Université des Nations Unies
I. Prigogine	Université Libre de Bruxelles
B. Roy	Université Paris-Dauphine
H. Simon	Université Carnegie – Mellon
L. Sfez	Université Paris-Dauphine
R. Trappl	Université de Vienne
R. Thom	Institut des Hautes Études Scientifiques
F. Varela	CREA – École Polytechnique

Comité de Rédaction

J.P. Algoud	Université Lyon II
D. Andler	CREA – École Polytechnique (*Cognition*)
E. Andreewsky	Institut National de la Santé et de la Recherche Médicale
H. Barreau	Centre National de la Recherche Scientifique (*Archives*)
E. Bernard-Weil	CNEMATER – Hôpital de la Pitié (*Applications*)
B. Bouchon-Meunier	Centre National de la Recherche Scientifique (*Applications*)
A. Dussauchoy	Université Lyon I
E. Heurgon	Régie Autonome des Transports Parisiens
M. Karsky	ELF Aquitaine – CNRS
P. Livet	CREA – École Polytechnique (*Fondements et Epistémologie*)
P. Marchand	Aérospatiale – Université Paris I
T. Moulin	École Nationale Supérieure des Techniques Avancées (*Théorie*)
B. Paulré	Université Paris-Dauphine
J.-F. Quilici-Pacaud	Chercheur en Technologie
A. Rénier	Laboratoire d'Architecture n° 1 de l'UPA 6
J. Richalet	ADERSA (*Applications*)
J.C. Tabary	Université Paris V
R. Vallée	Université Paris-Nord (*Théorie*)
J.-L. Vullierme	CASP - Université Paris I (*Fondements et Epistémologie*)
B. Walliser	École Nationale des Ponts et Chaussées
Z. Wolkowski	Université Pierre et Marie Curie

Correspondants

M. Decleris	Société Grecque de Systémique
Elohim	Institut Polytechnique National (Méxique)
Ch. François	Association Argentine de Théorie Générale des Systèmes et de Cybernétique
J.-P. van Gigch	Université d'État de Californie
A. Lopes Pereira	Université Fédérale de Rio de Janeiro (Brésil)
S. Munari	Université de Lausanne (Suisse)
M. Najim	Université de Rabat (Maroc)
J. Ramaekers	Facultés Universitaires – Notre Dame de la Paix (Belgique)
R. Rodriguez Delgado	Société Espagnole des Systèmes Généraux
G. Teubner	Institut Universitaire Européen (Italie)

REVUE INTERNATIONALE DE SYSTEMIQUE
Vol. 3, N° 4, 1989, pp. 363 à 373

« SYSTÉMIQUE MATHÉMATIQUE »

Les mathématiques accompagnent la systémique dès son origine.

Chacun sait que Norbert Wiener, fondateur de la cybernétique, fut avant tout un grand mathématicien et que c'est à partir des problèmes posés par l'étude des systèmes et des structures non linéaires, électriques ou mécaniques, qu'il fut amené à concevoir « une nouvelle attitude très intéressante en biologie et pour les sciences de l'ingénieur » [1]. D'autre part, la théorie de l'information est d'abord une théorie formalisée de la transmission des messages dans un canal de communication [2].

Enfin, Ludwig von Bertalanffy lui-même, tout en reconnaissant la pertinence des modèles verbaux, accorde une part importante à la formalisation de la Théorie générale des Systèmes (à laquelle est consacré le chapitre 3 de l'ouvrage de 1968) [3] et va jusqu'à lister, dans l'introduction à cet ouvrage les « approches » utilisables en théorie des systèmes : Théorie mathématique des systèmes « classique », Informatique et simulation, Théorie des compartiments, Théorie des ensembles, Théorie des graphes, Théorie des réseaux, Cybernétique, Théorie de l'information, Théorie des automates, Théorie des jeux, Théorie de la décision et Théorie des files d'attente. Cette liste est en elle-même intéressante historiquement car les approches plus particulièrement développées dans ce numéro n'y figurent pas, ce qui illustre l'élargissement sensible du champ d'outils mathématiques dont disposent aujourd'hui les systémiciens.

Mais si les mathématiques ont joué un rôle essentiel dans ce qu'on peut appeler la « systémique des origines », il serait déplacé de réduire la systémique à une théorie mathématique des systèmes. Ainsi, dans sa préface à un ouvrage d'H. Greniewski traduit en français et publié en 1965 [4], sous le titre *Cybernétique sans mathématique*, Louis Couffignal insistait sur le caractère essentiel du raisonnement analogique dans la cybernétique et l'impossibilité de concevoir celle-ci comme une science ou une théorie mathématique au sens « d'ensembles de propositions logiquement dérivées d'un certain nombre d'axiomes » [5]. En bref, argumentait L. Couffignal, la cybernétique c'est des mathématiques plus du raisonnement analogique.

Il est intéressant d'observer que certaines critiques plus contemporaines adressées à René Thom, ne sont pas sans rappeler ce problème classique de

la place d'une théorie mathématique pure dans un champ disciplinaire bien défini, à savoir, celui de la biologie théorique [6].

Le raisonnement analogique ne constitue pas nécessairement la meilleure façon de caractériser la systémique mais il n'en reste pas moins qu'aujourd'hui comme en 1965 et comme à l'origine, si les mathématiques jouent un rôle important, il ne saurait être question d'y voir le seul mode de discours et la seule approche systémique possible.

Mais à poser les relations entre les mathématiques et la systémique en termes d'alternative ou d'englobement, comme le suggèrent certains, nous passons vraisemblablement à côté du problème. Car une fois admise la spécificité du courant de pensée systémique et son impossible réduction, en tant que voie d'approche des problèmes ou en tant que projet ou forme achevée de connaissance souhaitable, à une axiomatisation ou une famille de théories mathématiques pures, rien n'interdit de concevoir les rapports entre ce courant et l'univers mathématique sur un mode dialectique. La systémique suggérant d'un côté aux mathématiciens des objets et des problèmes nouveaux; de l'autre des théories mathématiques nouvelles ou les développements nouveaux de théories mathématiques plus anciennes contribuant à élargir le champ des représentations mentales, des structures et des systèmes formalisables.

L'enrichissement mutuel se traduisant toujours, au terme de l'échange, par une théorie systémique dont la forme est mathématique mais dont le contenu, pour être considéré comme pertinent dans l'univers scientifique propre des systémiciens, doit exprimer des propriétés, des relations ou être fondé sur des catégories significatives sur le plan de la systémique, et non déterminé uniquement par un enchaînement déductif de propositions.

C'est dire, finalement, que les mathématiques doivent très naturellement jouer un rôle en systémique et contribuer à son développement, comme elles l'ont fait dans le passé.

Par conséquent, le fait de consacrer un numéro spécial de la *Revue Internationale de Systémique* à la Systémique mathématique ne devrait étonner ni les mathématiciens, ni les systémiciens.

Mais avant de présenter plus précisément le contenu de ce numéro spécial, il peut être intéressant de tenter de situer ou de recenser les points de contact et d'échange contemporains entre mathématique et systémique.

Dans la perspective où nous nous situons ici, le clivage pertinent pour classer les outils ou les théories mathématiques utiles, directement ou indirectement, aux systémiciens, devrait consister à distinguer les approches qui

trouvent leur origine ou leur source d'inspiration essentielle dans les préoccupations systémiques, d'avec celles qui, quoiqu'éclairantes ou pertinentes en systémique, ont manifestement leur origine « ailleurs » et trouvent leur source d'inspiration dans une préoccupation plus vaste ou dans un champ disciplinaire ou d'interrogation différent de la systémique. Cette distinction devrait nous permettre de restituer le sens de la fécondation réciproque entre d'une part ce que nous pouvons appeler les théories du groupe I et le champ mathématique (enrichissement du champ de travail et des problèmes posés aux mathématiciens par les systémiciens), et, d'autre part, les théories du groupe II et la systémique (enrichissement des constructions mentales, des modes de formalisation, des théorèmes disponibles et des concepts d'origine mathématique utilisables par les systémiciens).

GROUPE I :

$$\text{SYSTÉMIQUE} \xrightarrow[\text{suscite des théories}]{\text{pose des problèmes}} \text{MATHÉMATIQUE}$$

GROUPE II :

$$\text{MATHÉMATIQUE} \xrightarrow[\text{propose des outils}]{\text{fournit des concepts}} \text{SYSTÉMIQUE}$$

Bien entendu, la distinction de ces deux « stratégies » de mathématisation systémique n'induit aucune hiérarchie et il ne peut en résulter aucune préférence *a priori* pour un type d'approche ou une autre, seul comptant finalement, aux yeux du systémicien, la fécondité des outils ainsi créés ou utilisés.

Pour illustrer notre propos, nous pourrions dire que font partie du groupe I :

la cybernétique,
la théorie de l'information,
la théorie des automates,
les réseaux neuronaux,
les relations arithmétiques,
la théorie de la reconstructibilité.

Font partie du groupe II :

la théorie mathématique des systèmes,
la théorie des catastrophes,
les fractals,
le chaos,
la théorie des ensembles flous,
la théorie des catégories,
la théorie des jeux,
la théorie des algorithmes et des fonctions récursives.

Une telle classification comporte toujours quelques éléments d'arbitraire ou du moins nécessite, pour être pleinement justifiée, des précisions. Mais nous préférons limiter nos commentaires ou nos réserves à deux remarques, laissant pour le reste au lecteur le soin de se forger sa propre conviction.

La première réserve vient du fait que nous entendons ici nous en tenir aux outils mathématiques et que nous ne prenons pas en compte, volontairement, des théories qui sont formalisées mais dont l'origine est trop liée à un champ disciplinaire particulier pour être rattachées à des théories (celles du groupe II) dont la particularité est en principe d'être issues de réflexions essentiellement mathématiques. Ainsi, la théorie des structures dissipatives est d'inspiration trop nettement physique ou chimique pour être traitée ici comme une théorie mathématique. Il en est de même pour la synergétique. Pour la même raison certains travaux mathématiques relevant de la biologie théorique ont volontairement été écartés de ce classement.

La seconde remarque a trait à la théorie mathématique des systèmes dynamiques que nous avons placée dans le groupe II et que nous pourrions, eu égard à certaines considérations, placer dans le groupe I. En effet, le développement de cette théorie, qui a son origine dans la mécanique newtonienne, n'a manifestement pas été suscité par les systémiciens. Mais il n'en demeure pas moins qu'aujourd'hui de nombreux développements contemporains de cette théorie ou certains prolongements techniques destinés à en permettre l'application, résultent très directement de préoccupations et de problèmes issus de la systémique ou de champs disciplinaires nouveaux dont l'intersection avec la systémique n'est pas vide (p. e. la biologie théorique).

Ainsi, au plan technique, la simulation des systèmes dynamiques non linéaires constitue un mode d'investigation important en systémique et il est clair que certains outils ou approfondissements techniques ont été suscités et mis au point à partir des problèmes pratiques de systémique (*cf.* p. e. techniques de Dynamique des Systèmes).

D'autre part, la théorie des ensembles flous, qui a en partie son origine dans la théorie mathématique des systèmes, comme en témoignent les premiers travaux de Zadeh, hérite en quelque sorte de la même difficulté de localisation.

Ces réserves ne sont guère surprenante, s'agissant d'un domaine qui est par nature interdisciplinaire et pour lequel le transfert et la circulation des concepts ou des modèles sont des réalités permanentes.

La classification que nous venons d'esquisser et le rappel des approches formalisées utiles, selon L. von Bertalanffy, en théorie des systèmes, suggèrent l'étendue du champ constituant la systémique mathématique et la complexité des rapports qui, au fil des années et des approfondissements se sont noués entre l'approche mathématique et le point de vue systémique.

La place disponible limitant nos ambitions, nous avons été conduits, dans la conception de ce numéro spécial, à opérer certains choix et avons préféré délibérément privilégier deux axes plutôt que de prendre le risque d'une présentation plus complète mais qui faute de place, aurait été beaucoup trop fragmentée.

Tout choix de ce type comporte inévitablement un élément de subjectivité et/ou répond à des conditions d'opportunité. Dans le cas présent, la familiarité des deux éditeurs de ce volume avec certaines approches les a naturellement conduits à privilégier celles-ci.

C'est ainsi que les trois premiers articles de ce numéro spécial traitent de méthodes permettant de gérer incertitudes et imprécisions dans les systèmes. Ils illustrent en particulier l'apport et l'intérêt des méthodes d'analyse mathématique du « flou » pour la systémique, auxquelles la revue AFCET-Interfaces [7] vient de consacrer un dossier en trois volets respectivement dus à D. Dubois et H. Prade, E. Sanchez et B. Bouchon-Meunier. Ils situent ces méthodes par rapport à des approches plus traditionnelles, probabilistes ou basées sur la théorie de l'évidence.

Le premier article de ce numéro, celui que Mme Bernadette Bouchon-Meunier consacre à « l'incertitude, information, imprécision dans les systèmes à base de connaissances », a trait à la théorie de l'information. Dans cet article, l'auteur passe en revue des alternatives récentes au concept classique d'entropie, dont elle montre l'intérêt mais aussi les insuffisances, pour évaluer la qualité de notre connaissance d'un système quelconque.

Le besoin de gérer, non plus seulement les incertitudes probabilistes concernant les éléments des systèmes et leur fonctionnement, mais également les imprécisions inhérentes à leur description, a conduit L. A. Zadeh à jeter, en 1965, les bases de la théorie des ensembles flous, qui propose des solutions

pour tirer parti du manque de spécificité ou de précision caractérisant certaines données, plutôt que l'éliminer arbitrairement pour pouvoir utiliser des outils mathématiques classiques. Les outils flous sont utilisés dans de nombreux domaines où des systèmes complexes font intervenir des connaissances et un savoir-faire humains, une description imparfaite de leurs éléments et des relations qui les lient, un environnement dont l'influence sur les systèmes est difficile à exprimer. On peut citer ainsi le contrôle automatique d'usines ou de machines, la construction de robots, l'aide au diagnostic, les systèmes experts, la reconnaissance automatique d'images ou l'aide à la décision de groupe.

Ces méthodes ne sont néanmoins pas les seules permettant de prendre en compte la spécificité de certaines connaissances et la confiance qui peut être attibuée à leur vérité et la théorie de l'evidence de Dempster-Shafer est un apport important au traitement de données incertaines.

Dans le second article, E. H. Ruspini met clairement en évidence les difficultés qui apparaissent lorsque l'on veut raisonner sur des connaissances imprécises, vagues ou incertaines du monde réel; il présente les principales méthodes de raisonnement approximatif, soit probabilistes et traditionnelles, soit fondées sur la théorie de l'évidence faisant appel à des mesures de crédibilité, soit encore basées sur une approche possibiliste, introduite en 1978 par L. A. Zadeh, qui est dans la lignée des outils flous et dont il montre la relation avec la notion de similarité entre différents états du monde.

Le troisième article a trait aux réseaux neuronaux artificiels et présente un modèle utilisant des techniques floues et des graphes pondérés de relations qui permet, selon S.-S. Chen, de dépasser les limitations imposées par les méthodes classiques d'intelligence artificielle et d'étendre le raisonnement symbolique à des systèmes évolutifs et adaptatifs. Si cet article adopte un point de vue très particulier, il marque néanmoins l'intérêt des systémiciens pour les réseaux neuronaux sous leurs différentes formes et il est à espérer qu'il suscitera d'autres articles sur ce sujet dans la *Revue Internationale de Systémique*.

Les autres articles de ce numéro illustrent la portée de ce que nous appelons, au sein de l'AFCET, « les nouveaux outils mathématiques de la systémique », qui constituent le thème de réflexion d'un des groupes de travail dont l'activité a démarré au cours du colloque de Cerisy de 1986 [8].

Ces nouveaux outils sont des résurgences de travaux relativement anciens qui n'ont pas été développés au début de notre siècle en raison d'un manque de moyens de calcul. L'utilisation d'ordinateurs très performants (et relativement peu coûteux) a transformé la situation. Il y eut d'abord prise de

conscience d'une profonde limitation des raisonnements accrochés au linéaire. J. Demongeot, dans un article paru il y a un an [9], a montré la richesse des nouvelles notions introduites : attracteurs, confineurs, bifurcations... C. P. Bruter au début de la deuxième partie de ce numéro spécial aborde à nouveau ce sujet, en insistant sur l'importance de la théorie des singularités (qui comprend celle des catastrophes) et de son prolongement dynamique, la notion de bifurcation. Le domaine d'application de la théorie des singularités est vaste puisqu'il s'étend de la physique aux sciences sociales et à l'économie.

La mise en évidence de dynamiques chaotiques, issues de modèles déterministes, est un deuxième apport des ordinateurs. Un livre de vulgarisation de J. Gleick (dont la traduction française vient de paraître) a sensibilisé les non-spécialistes à l'importance de cette découverte [10]. D'autres ouvrages fondamentaux étaient parus antérieurement sur ce sujet : citons notamment celui de I. Gumowski et C. Mira [11], celui de P. Berge, Y. Pomeau et C. Vidal [12] où sont présentés les travaux de D. Ruelle, le cours de S. Aubry, D. Escande, *et al.* [13]. Il faut espérer que l'application de la dynamique chaotique à la systémique fera l'objet d'un prochain article dans la *Revue Internationale de Systémique* (rappelons que le sujet avait été abordé par C. Mira au cours du Colloque de Cerisy [14]).

Le relateur arithmétique (RA), lié à certains travaux de H. Minkowski en géométrie des nombres, ne pouvait pas, lui non plus, être développé en l'absence de moyens informatiques. Bâti spécialement en vue de l'étude des systèmes naturels, c'est un outil typique de la « seconde systémique » qui exprime fondamentalement l'adaptation d'un système à son environnement. Il est structurellement ouvert car sa « définition » est incomplète (ce qui manque étant obtenu par classification); il s'appuye sur la théorie des singularités, l'arithmétique, la théorie des groupes cristallographiques et s'apparente par certains aspects aux réseaux neuronaux. On a montré récemment que certains RA très particuliers sont directement associés aux systèmes de racines des algèbres de Lie bien que, dans le cas général, un relateur arithmétique ne puisse pas être réduit à ces structures. Naturellement s'introduisent des imbrications de niveaux avec des homothéties internes approchées, rappelant les fractals. La présentation faite dans ce numéro spécial diffère beaucoup de celle donnée dans les actes du Colloque de Cerisy. On précise des liaisons avec les algèbres de Lie et la théorie des catastrophes, en indiquant de nouveaux concepts systémiques, notamment les « systèmes génériques » et les « éléments structurés de déplacement » (qui remplacent les éléments différentiels classiques). Cet outil est appliqué actuellement en biologie et en physique.

Les fractals ouvrent également d'intéressantes perspectives en systémique. L'article de R. Delannay, J.-F. Thovert, P. M. Adler présente quelques

aspects du formalisme et son application au milieu poreux. De nouvelles notions sont introduites : invariance approchée de la structure géométrique et de certains comportements sous l'effet de changements d'échelle, dimensions non entières, dérivées d'ordre fractionnaire... A. Le Mehauté a dressé un bilan des nouvelles applications des fractals lors du Colloque de Cerisy. Puis, dans un article récent [15], F. Bailly, F. Gaill et R. Mossery ont montré que la recherche et l'observation de caractères fractals dans les systèmes biologiques étaient un moyen efficace pour l'étude des fonctions biologiques et la définition des niveaux d'organisation. Un bouleversement est à attendre car l'utilisation des fractals, comme d'ailleurs celle des relateurs arithmétiques, aboutit, pour qui accepte de faire face aux difficultés, à une refonte profonde des concepts d'espace et de temps classiques. Ce point de vue est partagée par A. Le Méhauté et par au moins deux autres spécialistes des fractals : G. Cherbit [16] et L. Nottale [17].

Bien entendu les quelques articles de ce numéro spécial ne prétendent pas constituer un panorama des outils mathématiques utilisés en systémique, ni de tous ceux qui commencent à l'être. Ainsi, parmi les diverses recherches en cours faudrait-il aussi souligner l'intérêt des approximants de Padé (étudiés notamment par Cl. Brezinski) ou encore des algorithmes archimédiens d'A. Guillez.

D'autre part, le fait que certains outils avaient déjà été présentés ou illustrés dans cette revue, dans d'autres publications de l'AFCET, qu'ils sont largement diffusés et accessibles dans des publications disponibles ou, encore, que nous ayons prévu de les traiter dans des numéros à venir de la présente revue, nous conduisaient à ne pas leur accorder un élément de priorité important.

Ainsi, un article d'application de la théorie des catégories a été publié dans le dernier numéro de la *Revue Internationale de Systémique* [18].

La Dynamique des Systèmes, qui constitue une manifestation importante de la systémique mathématique n'a pas été abordée dans ce numéro parce qu'un « dossier » lui sera consacré dans l'un des numéros de l'année 1990. Ce groupe de textes permettra de faire le point sur l'état de développement de cette approche, sur ses applications en milieu industriel et de présenter quelques réflexions prospectives sur les progrès à attendre d'une mise en relation plus étroite de la Dynamique des Systèmes et de certaines techniques d'intelligence artificielle.

Enfin, le premier numéro du volume 4 de la revue comprendra un groupe d'articles destinés à faire le point sur la théorie de la reconstructibilité.

C'est dire non seulement que la *Revue Internationale de Systémique* entend bien, dans ce domaine particulier comme dans tous ceux qui relèvent du

courant de pensée systémique, remplir sa mission de diffusion des connaissances et d'information de la communauté scientifique, mais aussi et surtout, que la systémique mathématique constitue un domaine vaste et diversifié.

Cependant, un numéro comme celui-ci n'a pas pour unique fonction de présenter des outils et des résultats. Il a aussi pour rôle de conduire à poser certaines questions et de soulever certains débats.

Ainsi, l'une des questions que peut susciter ce numéro spécial devrait porter justement sur le fait de savoir s'il n'est pas possible d'imaginer que dans l'avenir la complémentarité des outils de systémique mathématique se manifeste plus nettement, que leurs places et leurs rôles respectifs soient plus clairement marqués et qu'ils s'assemblent à la manière des cellules d'un organisme vivant. Faire émerger un langage commun, à la fois souple et rigoureux n'est-ce pas là l'un des objectifs spécifiques de la systémique ?

Si nous ne disposons d'aucun élément de réponse à cette question, nous espérons que ce numéro spécial confortera le lecteur dans sa conviction que certains regroupements fructueux et certains « ponts » sont en cours de réalisation. Nous attendons vivement des auteurs des articles présentés qu'ils contribuent à structurer un champ dont la grande hétérogénéité constitue pour le lecteur non spécialisé un obstacle à une meilleure compréhension de la place de la systémique mathématique.

Un autre point de débat pourrait porter sur le rôle du calcul numérique (et par conséquent des ordinateurs) dans le développement ou l'illustration de la portée de certains outils. Pendant longtemps, dès les années 1958-1959, la Dynamique des Systèmes a été l'une des rares techniques « d'analyse de systèmes » pouvant faire état d'applications et de réalisations concrètes. Nous parlions alors de « dynamique industrielle », titre du premier ouvrage de J. W. Forrester [19]. Puis vint le trop fameux rapport Meadows après le premier modèle du monde de Forrester.

Aujourd'hui le champ des applications et des illustrations numériques de certains outils mathématiques s'est sensiblement élargi. Ainsi, les fractals d'abord, ont connu un retentissement considérable au point d'avoir des prolongements importants dans le domaine des images de synthèse. Les modèles chaotiques ont également donné lieu à des illustrations, voire des animations visuelles importantes et impressionnantes. Les relateurs arithmétiques sont également dépendants, au plan des applications, de l'utilisation possible d'ordinateurs puissants. Enfin, l'étude des réseaux neuronaux fait également largement appel aux techniques de simulation.

Cela n'est pas sans soulever des problèmes de fond quant à la nature de la connaissance obtenue par de tels procédés de calcul ou de simulation. Dans

certains cas, ces procédés conduisent à illustrer ou appliquer des familles de modèles ou de relations, étant entendu que des résultats théoriques sont par ailleurs disponibles. Mais dans d'autres cas, le calcul ou la simulation constituent la base même de l'investigation, le chercheur agissant de façon heuristique ou limitant sa réflexion à des modèles particuliers dont les propriétés générales ne sont pas nécessairement spécifiées (sinon spécifiables compte tenu de leur complexité éventuelle). Il convient sans doute d'exercer une certaine vigilance en la matière et, sans nier l'intérêt des démarches à caractère heuristique ressemblant, après tout, à une démarche de laboratoire (à cette différence près que l'objet étudié, le modèle, est un objet artificiel complexe), être en mesure de caractériser la portée et la validité des enseignements que l'on en tire.

On observera enfin que la comparaison ou le rapprochement de certaines approches mathématiques avec d'autres risque de faire resurgir l'un des « vieux » débats traditionnels de la systémique : celui du hasard et du déterminisme. Et cela alors même que les mathématiciens manipulent soit l'aléatoire ou le speudo-aléatoire, soit l'incertitude ou l'imprécision, notions qui ne sont pas nécessairement associées au hasard.

Il n'était évidemment pas dans l'ambition de ce numéro que de poser et d'éclairer ce débat, mais il n'est pas inutile de l'évoquer ne serait ce que pour montrer que les problèmes de fond ne sont jamais très loin quand on se préoccupe de savoir quel type de formalisation utiliser ou à quelle famille de modèles recourir pour rendre compte d'une certaine catégorie de phénomènes. C'est à ce niveau que nous retrouvons la préoccupation du systémicien qui doit se poser la question de la pertinence ou de la signification du formalisme ou du type de représentation qu'il utilise et ne pas se laisser dominer par l'outil. Pour important qu'il soit, l'outil mathématique ne doit pas devenir une fin en soi.

Il est donc naturel que le lecteur aille au-delà des formalismes afin de mettre au jour les éléments, les concepts, les types de relations que privilégient les formalismes présentés dans les pages qui suivent et s'interroge sur leur champ de pertinence par rapport aux objets qu'il manipule et aux questions qu'il se pose. C'est en cela, en fonction de ce travail nécessaire, que les textes qui suivent seront, nous l'espérons, une contribution à une systémique mathématique.

Bernadette Bouchon-Meunier
Thiébaut Moulin
Bernard Paulré

Références

[1] N. WIENER, *Cybernetics*, M.I.T. Press, Cambridge, Mass., 2e éd., 1948-1961, p. XII.

[2] C. SHANNON et W. WEAWER, *The Mathematical Theory of Communication*, University of Illinois Press, Urbana, 1949.

[3] L. von BERTALANFFY, *General System Theory*, George Braziller, New York, 1968. Traduction française : *Théorie générale des systèmes*, Dunod, Paris, 1973.

[4] H. GRENIEWSKI, *Cybernetics without Mathematics*, Pergamon Press, London, 1960. Traduction française : *Cybernétique sans mathématiques*, Gauthier-Villars, Paris, 1965.

[5] *Op. cit.*, p. XII.

[6] R. THOM lui-même reconnaît que « l'idée essentielle de notre théorie, à savoir qu'une certaine compréhension des processus morphogénétiques est possible sans avoir recours aux propriétés spéciales au substrat des formes, ou à la nature des forces agissantes, pourra sembler difficile à admettre, surtout de la part d'expérimentateurs habitués à tailler dans le vif... », dans *Modèles mathématiques de la morphogenèse*, C. Bourgois, Paris, 1980. *Cf.* aussi in E. C. ZEEMAN éd., *Catastrophe Theory, Selected Papers* (1972-1977), Addison Wesley Pub. Comp., London, 1977.

[7] AFCET- Interfaces, n° 80, 1989, AFCET, Paris.

[8] B. PAULRE éd., *Perspectives systémiques*, L'interdisciplinaire, Lyon, 1989.

[9] J. DEMONGEOT, F. ESTÈVE, P. PACHOT, Comportement asymptotique des systèmes : applications en biologie, *Revue Internationale de Systémique*, 2, n° 4, 1988, p. 417-442.

[10] J. GLEICK, *Chaos. Making a new science*, Heinnemann, London, 1988.

[11] I. GUMOWSKI, C. MIRA, *Dynamique chaotique*, Cepadues Éditions, Toulouse, 1980.

[12] P. BERGE, Y. POMEAU, Ch. VIDAL, *L'ordre dans le chaos*, Hermann, Paris, 1984.

[13] S. AUBRY, D. ESCANDE, J.-P. GASPARD, P. MANNEVILLE, J. VILLAIN, *Structures et instabilités*, Les éditions de la physique, Les Ulis, France, 1986.

[14] C. MIRA, « Les problèmes de prédiction en dynamique chaotique » in *Perspectives systémiques, op. cit.*

[15] F. BAILLY, F. GAILL, R. MOSSERY, Fonctions biologiques, niveau d'organisation et dimensions fractales, *Revue Internationale de Systémique*, 2, n° 3, 1988.

[16] G. CHERBIT, *Fractals, dimensions non entières et applications*, Masson, Paris, 1987.

[17] L. NOTTALE, Sur le temps de la microphysique, *C.R. Acad. Sci. Paris*, 306, série A, 1988, p. 341-345.

[18] A. C. EHRESMANN, J.-P. VANBREMEERSCH, Modèle d'interaction dynamique entre un système complexe et des agents, *Revue Internationale de Systémique*, 3, n° 3, 1989.

[19] J. W. FORRESTER, *Industrial Dynamics*, M.I.T. Press, Cambridge, Mass., 1961.