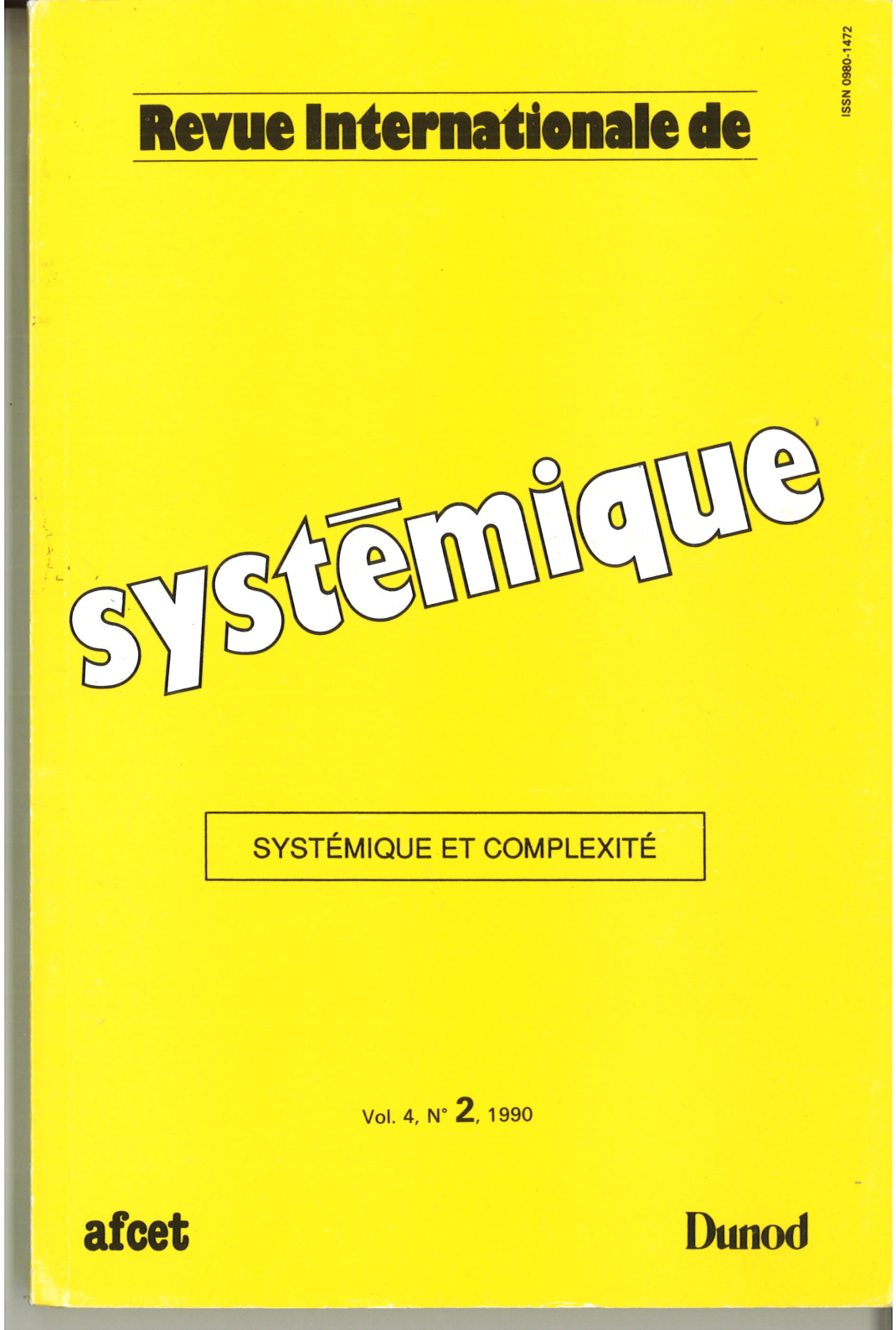

AFSCET

Revue Internationale de systémique

Revue
Internationale
de Sytémique

volume 04, numéro 2, pages 125 - 145, 1990

Sur la complexité des systèmes complexes

Herbert A. Simon

Numérisation Afscet, janvier 2016.

Creative Commons

REVUE INTERNATIONALE DE SYSTÉMIQUE
Vol. 4, N° 2, 1990, pp. 125 à 145

SUR LA COMPLEXITÉ DES SYTÈMES COMPLEXES

Herbert A. SIMON
Université de Carnegie-Mellon [1]

Le Professeur H. A. Simon a bien voulu nous autoriser à traduire en français pour ce dossier «Systémique et Complexité» un article qu'il avait rédigé en 1976 pour le bulletin de «The Philosophy of Science Association» (PSA, 1977, Vol. 2, pp. 507-522). Il y développe selon un tour à la fois pédagogique et pragmatique, le concept de «système quasi-décomposable» qu'il avait introduit en 1962, dans son article désormais célèbre sur «L'Architecture de la Complexité» (publié dans les «Proceedings of the American Philophical Society», n° 106, Dec. 1962) ; article repris dans «La Science des Systèmes, Sciences de l'Artificiel» (la traduction française de l'édition 1969, publiée en 1974, est épuisée. La traduction de la nouvelle édition, complétée, 1981, est annoncée dans la Collection AFCET Systèmes pour 1990).

Nous remercions très sincèrement le Professeur H.A. Simon de sa participation à notre entreprise par le jeu de cette traduction. Son œuvre toute entière témoigne de sa puissante entreprise d'intelligence de la complexité : nous attachons une grande valeur, tant symbolique que pratique, à sa contribution au projet collectif que construit cette édition de «Systémique et Complexité».

On verra en particulier que l'hypothèse de la quasi-décomposabilité des systèmes complexes constitue par elle-même un gisement d'heuristiques très souvent fécondes à la disposition du modélisateur ; que la complexité soit «dans la nature des choses ou dans l'esprit de l'homme».

Jean-Louis LE MOIGNE

1. Department of Psychology and Computer Science, Shenley Park, Pittsburg, PA 15213, États-Unis.

Rev. intern. systémique. 0980-1472 /90/02/125 - 21/$ 4.10 © AFCET Gauthier-Villars

Les méthodes pour caractériser la simplicité ou la complexité des systèmes sont nombreuses. Citons-en quelques-unes :

1. Les systèmes qui ont beaucoup de composants peuvent être considérés comme complexes en comparaison des systèmes qui en ont peu. Ainsi la *cardinalité* d'un ensemble peut être prise comme une mesure de sa complexité.

2. Les systèmes dans lesquels il y a beaucoup d'*interdépendance* entre les composants sont généralement considérés comme plus complexes que les systèmes avec moins d'interdépendance entre les composants.

3. Les systèmes qui sont «*indécidables*» * peuvent être considérés comme complexes comparés à ceux qui sont déterministes.

4. La complexité des systèmes peut être mesurée par leur contenu d'information, au sens de Shannon-Wiener. Par ce critère, les systèmes avec beaucoup de composants identiques sont moins complexes que les systèmes de taille comparable dont les composants sont tous différents.

On peut parler non seulement généralement de la complexité des systèmes mais plus précisément de la complexité des théories ou des domaines de problème.

5. En relation étroite avec la notion de complexité «informationnelle» on trouve l'idée de mesure de la complexité des théories par le nombre de leurs *paramètres*, ou par le nombre de *symboles* nécessaires pour les définir.

6. Il y a aujourd'hui un intérêt très marqué parmi les mathématiciens et les informaticiens pour la *complexité computationnelle* – dans le nombre maximum ou le nombre attendu de pas de calculs élémentaires nécessaires pour résoudre les problèmes dans une classe donnée.

7. Les mesures de la *difficulté d'un problème* peuvent être regardées, au moins dans certaines circonstances comme une classe particulière des mesures de la complexité computationnelle [1].

La complexité peut résider dans la structure d'un système mais elle peut aussi se trouver dans l'œil d'un observateur de ce système. Même quand un système est par nature simple – c'est-à-dire descriptible, en principe, en termes simples – un observateur peut ne pas réussir à découvrir cette description simple, et peut n'être capable de caractériser le système que d'une façon très compliquée. De plus, la simplicité ou la complexité d'une description dépendra des éléments qui seront choisis comme primitives. La description d'un programme d'ordinateur dans un langage de haut niveau comme ALGOL sera généralement plus courte que la description de ce même programme en langage machine.

* N. d. T. : L'expression «indécidable» se rapporte, en anglais, aux travaux des logiciens sur l'«Entschuldigung Problem» (Hilbert, 1928 ; Gödel, 1931 ; Turing, 1936...). Peut-être faudrait-il la traduire par «in-démontrable» ou par «non formellement calculable». L'usage semble privilégier aujourd'hui «indécidable» ... bien que les humains soient habituellement capables de décider de façon satisfaisante en situation «indécidable».

La relativité de la complexité à l'ensemble des primitives est particulièrement évidente dans les cas de complexité informationnelle et computationnelle, mais elle s'applique aussi à la cardinalité – qui dépend de ce qui est pris comme éléments de référence.

Enfin, une description exacte d'un système sera généralement plus complexe qu'une description de ce système à un certain degré d'approximation. Nous pouvons considérer la complexité inhérente d'une structure comme étant la définition d'une limite inférieure des complexités des descriptions exactes, mais des descriptions approchées peuvent être elles-mêmes moins complexes que cette limite inférieure.

Ce papier traitera de la complexité principalement dans le deuxième des cas énumérés plus haut – le degré d'interdépendance des composants. Il traitera aussi de la complexité informationnelle, mais relativement peu de complexité non déterministe, de la complexité computationnelle, ou des autres sortes de complexité que l'on vient de mentionner.

1. La chance sourit à Kepler et Newton

Une des fonctions de la méthode expérimentale est de substituer des systèmes artificiels simples aux systèmes complexes que la Nature nous présente. Quelquefois, cependant, dans le cas par exemple de la mécanique céleste avant le Spoutnik, il n'est pas possible de réaliser des expériences. Nous ne pouvons alors que nous accomoder de la complexité telle que nous la trouvons.

Le système solaire connu par Kepler et Newton avait un nombre substantiel de composants : un soleil, six planètes (en comptant la Terre), et environ dix satellites visibles appartenant à trois de ces planètes – en passant sous silence les comètes entrant et sortant du système et l'arrière plan des étoiles immobiles. Si nous considérons seulement des paires de corps, nous devons prendre en considération 17 x 16 = 272 interactions potentielles parmi les éléments de ce système. Il n'y a pas de raison en principe,

bien sûr, que le comportement du système dépende juste des interactions de paires d'éléments, mais pour le moment, nous ferons cette hypothèse simplificatrice.

La seule idée d'avoir à manipuler une matrice de 272 coefficients suggère une déjà notable complexité. Kepler et Newton ne la considérèrent pas. Kepler détecta trois régularités dans ses observations : les orbites des planètes autour du soleil sont des ellipses ayant le soleil comme foyer ; des surfaces égales sont balayées sur une orbite planétaire donnée dans des temps égaux et les durées orbitales des planètes varient comme la puissance 3/2 de leur distance au soleil.

Newton montra que ces phénomènes, ainsi que ceux qui sont analogues pour les satellites, pouvaient être déduits de ses Lois sur le Mouvement, combinées à la loi sur la Gravitation, la force gravitationnelle variant en raison inverse du carré de la distance séparant deux corps. Mais les régularités observées, aussi bien que leurs conséquences dérivées dépendent des affirmations selon lesquelles chaque orbite particulière considérée est déterminée par l'interaction entre un corps central unique (le soleil ou une planète) et un seul corps en orbite (une planète ou un satellite). Dans chaque cas, les interactions avec tous les autres composants du système étaient ignorées, et cependant une excellente concordance était obtenue entre les dérives théoriques et les observations.

Le fait que les simples calculs «marchaient» s'expliquait parce que le vrai système solaire constitue un cas très spécial, si nous le considérons comme un échantillon tiré de la population des systèmes solaires possibles. Si le paquet de cartes que la Nature distribua à Kepler et Newton n'était pas arrangé, ce fut pour le moins une donne très chanceuse.

Premièrement il n'y avait qu'un seul corps, le soleil, qui était plus grand de trois ordres de grandeur que n'importe quel autre corps dans le système. Deuxièmement, il y avait six corps, les planètes, qui avaient plusieurs ordres de grandeurs de plus que leurs satellites. Troisièmement, les distances des planètes entre elles étaient du même ordre de grandeur que leur distance au soleil. Aucun de ces éléments donnés ne découle des lois de la mécanique, mais si ces qualités particulières n'avaient pas été vérifiées pour le système solaire, ces lois n'auraient pas pu décrire ce système [2]. Bien que les Lois de Newton soient généralement vérifiées (dans la limite classique d'une approximation non relativiste) pour les systèmes de masses, les calculs relativement simples utilisés pour tester ces lois n'auraient pas été suffisants si le système avait été plus «général». Du fait de la valeur relative des tailles et des distances, chaque planète tournait

autour du soleil presque exactement comme si elle était soumise à la seule attraction de l'astre, et de la même façon pour chaque satellite autour de sa planète.

Cette simplification dépendait non seulement de la répartition des masses et des distances, mais aussi de la formulation des lois elles-mêmes. A cause de la relation inverse entre l'attraction gravitationnelle et la distance, les interactions entre deux corps près l'un de l'autre seraient beaucoup plus grandes, toutes choses étant égales par ailleurs, que les interactions de corps très éloignés. Chaque facteur trois sur la distance produirait un ordre de grandeur de différence dans la force d'attraction. Deuxièmement du fait que les attractions entre un corps et deux autres dépendaient seulement des directions et des distances de ces derniers par rapport au premier, la force par unité de masse exercée par le soleil sur chaque planète était presque exactement égale à la force exercée sur chacun des satellites des planètes. Du fait, en plus, que les accélérations se composaient par la loi du parallèlogramme, le mouvement d'un satellite par rapport à sa planète pouvait être calculé sans tenir compte de l'influence du soleil sur chacun d'eux.

Pour toutes ces raisons le système solaire s'avéra être beaucoup plus simple qu'on pouvait le supposer en notant qu'il implique 272 interactions par paires. Sans vouloir dénigrer les réalisations de Copernic, Kepler et Newton, on peut dire que la possibilité de l'étudier tenait à sa moindre complexité par rapport à ce qu'elle aurait dû être, si la Nature ou la Chance, quelqu'en soit le responsable, avait été moins bienveillante.

2. Quelques raisons de la simplicité

Le Système solaire est loin d'être le seul exemple d'un système naturel plus simple que ce qu'il devrait être. Système dans lequel seule une petite fraction des interactions potentielles entre des couples d'éléments ait quelque signification. Dans le système solaire nous n'avons trouvé ancune raison convaincante expliquant pourquoi il devrait être aussi simple qu'il l'est, bien que la rapide atténuation de la force avec la distance ait joué un rôle important en limitant le nombre d'interactions fortes. Dans un certain nombre d'autres cas que nous allons examiner, nous trouverons qu'il y a des causes suffisantes à cette simplicité.

Il sera pratique de représenter l'état d'interconnexion d'un système par une matrice d'incidence, une matrice de zéros et de uns, le (i, j) ième élé-

ment étant égal à 1 si le $i^{ième}$ élément interagit avec le $j^{ième}$, et 0 sinon. Il y a un certain nombre de différentes raisons expliquant pourquoi nous devrions nous attendre à ce que la plupart des sytèmes réels soient représentés par des matrices d'incidence plutôt clairsemées. Quelques-unes de ces raisons sont d'ordre général, les autres sont reliées à des classes spécifiques de systèmes. Commençons avec celles d'ordre général pour aller ensuite vers celles plus spécifiques.

1. C'est une illusion

Il est vrai que la plupart des systèmes complexes sur lesquels beaucoup de choses sont connues ont des matrices d'incidence plutôt clairsemées, mais cela est peut-être simplement dû au fait que les systèmes n'ayant pas cette propriété ne peuvent pas être étudiés et on ne peut pas dire grand-chose d'eux. Il y a indubitablement quelque mérite dans cette position. Nous nous occupons des choses pour lesquelles il y a quelque chose à dire - c'est-à-dire, qui sont assez simples pour se prêter à l'analyse. Mais ce n'est pas tout.

2. Relations spatiales

Dans la plupart des sytèmes physiques et biologiques, comme dans le cas du système solaire, les forces des interactions diminuent avec la distance. Chaque élément ne peut avoir de fortes interactions qu'avec relativement peu d'éléments, ceux qui sont proches de lui. Considérons, par exemple, un système qui est essentiellement uni-dimensionnel, de telle façon que l'on puisse arranger ses éléments le long d'une ligne. Supposons que le comportement de chaque élément puisse être décrit par une équation différentielle, dont les variables indépendantes sont les positions (et peut-être d'autres caractéristiques) des autres éléments. Si nous écrivons alors la matrice des coefficients de ces équations, avec les rangées et les colonnes ordonnées, de la même façon que les éléments, les grands groupes de valeurs de la matrice seront prêts de la diagonale, car ces valeurs représentent les interactions parmi les éléments qui sont proches voisins. Les équations différentielles et les équations aux dérivées partielles des systèmes physiques ont typiquement cette structure. Si de plus le système est homogène, c'est-à-dire que les rangées successives mesurées à partir de la diagonale sont presque identiques, alors celui-ci est en principe décomposable par une forme ou une autre d'analyse. Une telle analyse constitue l'essentiel du sujet des livres sur les méthodes de physique mathématique.

3. L'évolution préfère la hiérachie

Pour nos objectifs présents, nous pouvons imaginer la hiérachie comme un système dans lequel les éléments sont arrangés en arborescence, ainsi chaque élément est influencé par un seul élément père et influence, à son tour plusieurs éléments fils. Plus tard nous étudierons une classe importante de systèmes de ce type. Le comportement des hiérarchies que nous verrons, est beaucoup plus simple que celui des systèmes ayant un nombre comparable d'éléments dans lesquels chaque élément interagit avec tous les autres. Nous verrons aussi que les processus évolutifs sont beaucoup plus susceptibles de produire des hiérarchies que les systèmes non hiérarchiques de taille comparable.

4. Demandes d'information

Quand les forces, comme les forces de gravitation, se heurtent aux éléments d'un système, il ne peut y avoir de limite de principe quant à leur nombre (autre que les limites, vues plus haut, de distance quand la force dépend de la proximité). Cependant, lorsque l'interaction entraîne une sorte d'accroissement des dépenses d'énergie ou d'attention, soit du fait de l'élément qui exerce une influence, soit de celui qui y est soumis, cette ressource rare peut avoir à être allouée, ce qui entraînera une limitation du niveau d'interaction possible. C'est un facteur majeur limitant la complexité de l'interaction dans les systèmes biologiques et sociaux, spécialement quand les éléments doivent traiter séquentiellement l'information entrante ou sortante, en un seul ou quelques items à la fois.

5. Possibilité de compréhension

La quantité des interactions au sein d'un système peu être limitée non seulement par les possibilités de compréhension de l'observateur (le premier point ci-dessus) mais aussi par celle du système lui-même. Par exemple, dans le cas d'un système qui apprend – c'est-à-dire, qui modifie sa propre structure pour s'adapter – une certaine compréhension de cette structure peut être nécessaire en vue d'identifier les sous-structures dans lesquelles les adaptations pourraient être faites, et pour caractériser la nature des modifications.

Il y a donc un nombre impressionnant de raisons de s'attendre à ce que les choses dans le monde n'interagissent pas fortement avec la plupart des autres. De plus, dans la plupart des cas, nous devrions avoir des

matrices d'incidence décrivant les interactions entre les éléments, non seulement peu dense, mais aussi ayant une structure bien définie. Nous avons vu qu'une des formes que peut prendre cette structure est de concentrer les plus grandes interactions près de la diagonale de la matrice. Une autre forme consiste à ordonner les interactions de façon hiérarchisée. La théorie des formes «possibles» ou «plausibles» des systèmes complexes est toujours à l'état d'ébauche, mais ces deux classes des systèmes s'avèrent déjà comme des cas spéciaux importants.

3. Les systèmes quasi-décomposables

J'ai traité ailleurs ([4], chap. 4) le cas des sytèmes dont les matrices d'incidence sont de caratère approximativement hiérarchique, proposant à la fois des raisons de la fréquence d'apparition de cette configuration dans les systèmes naturels, et des conséquences pour un système ayant cette forme. Je rappellerai brièvement les arguments ici.

Premièrement, je dois préciser plus précautionneusement la classe de systèmes que je désire prendre en compte. Supposons que les forces des interactions parmi les paires d'éléments du système varient (comme elles le font dans le système solaire) de plusieurs ordres de grandeurs, se groupant, disons, en interactions «fortes», «modérées» et «faibles», avec de grands intervalles entre les trois classes. Supposons de plus que nous pouvons ordonner les éléments de telle façon que toutes les interactions fortes sont rangées dans des blocs disjoints le long de la diagonale de la matrice incidence. Supposons que ces blocs sont contenus dans de plus grands blocs le long de la diagonale qui contiennent toutes les interactions modérées, de telle façon que seules les interactions faibles apparaissent dans les portions restantes de la matrice. Avec de telles conditions nous dirons que le système est presque complètement décomposable (ou quasi-décomposable) (voir fig. 1)

On observe que les interactions ne se trouvent que dans les trois ensembles d'éléments (1 2 3), (4 5) et (6 7 8). Les interactions modérées agissent aussi entre les éléments des deux premiers de ces ensembles. Toutes les interactions restantes sont faibles. Nous pouvons résumer la structure de la matrice en décrivant les éléments comme des ensembles imbriqués : (((1 2 3)(4 5))(6 7 8))), où le nombre de parenthèses indique le degré d'«isolement» de chaque ensemble d'éléments par rapport à ses voisins. La notation avec des parenthèses montre clairement comment les

	1	2	3	4	5	6	7	8
1	x	F	f	M	-	-	f	f
2	F	x	F	f	M	-	f	-
3	M	F	x	f	M	-	-	f
4	M	M	-	x	F	f	f	f
5	f	M	M	F	x	-	f	f
6	f	-	-	f	f	x	F	F
7	-	f	f	f	f	F	x	F
8	-	f	-	f	f	M	F	x

F = Fort M = Modéré f = faible

Figure 1. Système quasi-complètement décomposable.

ensembles peuvent être rangés hiérarchiquement. Le groupe complet de huit éléments est partagé en deux ensembles (éléments 1 à 5, et 6 et 8 respectivement), et le premier de ceux-ci est de nouveau subdivisé (éléments 1 à 3 et 4 à 5 respectivement).

Maintenant considérons la réunion de systèmes issus de sous-systèmes stables qui existent déjà. Supposons que ces nouveaux systèmes puissent être constitués en agençant deux ou plusieurs systèmes existants en concordance les uns avec les autres. Supposons de plus que seule une petite fraction de telles combinaisons potentielles forme des assemblages stables, les autres se dispersant presque aussitôt après leur formation. Le taux auquel les systèmes grands et complexes évolueront alors, dépend de la fréquence avec laquelle on trouvera des composants capables de former des combinaisons stables, dans un même voisinage. La probabilité d'un tel événement décroîtra rapidement en fonction du nombre de composants impliqués simultanément. Ainsi un nouveau système d'une taille donnée, a plus de chance d'être formé à partir d'un petit nombre de systèmes de taille moyenne que directement à partir d'un grand nombre de petits systèmes. En même temps que s'effectue la composition, les systèmes plus grands qui émergent possèderont de plus en plus de couches de sous-structures.

En considérant les hypothèses les plus simples, le temps nécessaire pour qu'un grand système se constitue spontanément à partir de ses composants «atomiques» croit en raison géométrique du nombre de ces composants. D'un autre côté, s'il existe une hiérarchie, des «sous-ensembles»

potentiels, ayant à peu près le même nombre de composants à chaque niveau, alors le temps nécessaire pour constituer un système de n éléments croîtra seulement en raison de log n. C'est-à-dire, lorsque de grands systèmes sont formés selon cette méthode hiérarchique, le temps de doublement en taille des systèmes les plus grands qui évoluent sera à peu près constant. On s'attend à ce que les systèmes de taille 100 évoluant dans un environnement de systèmes de taille 50, le fassent à peu près dans le même temps que des sytèmes de taille 50 évoluant dans un environnement de systèmes de taille 25.

L'argument que l'on vient de mettre en avant contient un certain nombre d'hypothèses «conditionnelles». La plus cruciale est sans doute celle selon laquelle la probabilité qu'un ensemble de composants s'agençant à proximité les uns des autres forme un système stable, indépendante de la taille de ces composants. Mais même cette hypothèse pourrait être considérablement modifiée sans détruire l'avantage évolutif des structures hiérarchiques sur celles qui ne le sont pas. L'argument fournit une explication plausible pour le fait observé que la hiérarchie est quasi universelle parmi les structures naturelles – par exemple, la hiérarchie qui va des organismes multi-cellulaires à travers les cellules, les molécules, les atomes et les noyaux jusqu'aux particules «élémentaires» sub-nucléaires qui elles-mêmes se révèlent de plus en plus être des structures hiérarchisées.

C'est une caractéristique commune, mais pas logiquement nécessaire, pour les systèmes hiérarchisés que d'être quasi-décomposables, au sens où l'on a défini ce terme. Autrement dit, au fur et à mesure que nous montons d'un niveau à un autre dans la hiérarchie, les forces des interactions entre éléments appartenant à des composants diférents deviennent de plus en plus faibles. Par exemple les énergies des liaisons atomiques covalentes typiques sont comprises entre 80 et 100 k.calories par mole, celles des liaisons ioniques légèrement plus basses, les liaisons hydrogènes dans les molécules organiques de l'ordre de 10 k.calories par mole, et les forces de Van der Waals encore plus faibles ([3], pp. 103-104). Les liaisons plus faibles, elles, sont généralement associées avec des interactions plus lentes et de fréquence plus basse.

Il semble évident que, si la hiérarchie émerge à travers un processus évolutif comme celui décrit plus haut, nous devrions espérer une telle relation entre les forces de liaisons à différents niveaux hiérarchiques. Car cette disposition permettrait aux liaisons de haut niveau, plus faibles, de se transformer sans pertuber les liaisons plus fortes des sous-systèmes stables qui composent les systèmes plus grands.

Supposons que nous ayons un système hiérarchique dont le comportement dynamique peut être représenté par un système d'équations différentielles linéaires du premier ordre avec des coefficients constants. Il s'agit, bien sûr, d'un cas très particulier, mais il illustrera quelques caractéristiques qualitatives fondamentales du comportement des systèmes hiérarchiques. La matrice de la figure 1 peut être utilisée pour représenter la matrice des coefficients de ces équations différentielles. Si nous résolvons ces équations – disons, pour un système de n éléments – nous obtiendrons des solutions de la forme :

$$(1) \qquad x_i = a_{ij} \exp(\lambda_j t),$$

i et j allant de 1 à n, et les a_{ij} et λ_j étant des constantes. Les λ_j sont appelés les racines caractéristiques des équations ; si leurs parties réelles sont négatives, les termes correspondants tendront vers zéro quand t s'accroîtra, si elle sont positives, les termes s'accroîtront sans limite. Ainsi la stabilité du système dynamique requiert que les parties réelles de toutes les racines caractéristiques soient négatives.

Si la matrice est presque décomposable, comme dans la figure 1, on peut alors trouver des solutions approchées (1) sans résoudre le système entier d'équations simultanément, mais en procédant, par étapes, pour résoudre des systèmes plus petits. En premier lieu, on remplace toutes les interactions faibles et modérées par des zéros, de telle façon, que le système résultant soit décomposé en sous-systèmes indépendants, à savoir :

	1	2	3	4	5	6	7	8
1	x	F	-	-	-	-	-	-
2	F	x	F	-	-	-	-	-
3	-	F	x	-	-	-	-	-
4	-	-	-	x	F	-	-	-
5	-	-	-	F	x	-	-	-
6	-	-	-	-	-	x	F	F
7	-	-	-	-	-	F	x	F
8	-	-	-	-	-	-	F	x

Nous pouvons alors résoudre les systèmes composés (1 2 3), (4 5) (6 7 8) indépendamment les uns des autres. On peut montrer que le comportement de ces sous-systèmes indépendants correspond au comportement du système complet à haute fréquence et à court terme [5]. En outre, dans

le but d'étudier le comportement à plus basse fréquence et longue durée du plus grand système, nous pouvons réduire chacune des trois sous-matrices en une seule variable scalaire (un indicateur résumant le comportement du sous-système), et analyser le comportement du système globalisé résultant.

	A	B	C
A	x	M	f
B	M	x	f
C	f	f	x

dans lequel A correspond au sous-système (1 2 3), B au sous-système (4 5), et C au sous-système (6 7 8).

Les assemblages de liens modérés et faibles entre ces sous-systèmes ont été réintroduits dans la matrice globale.

Nous pouvons maintenant répéter la même astuce de nouveau, en ignorant les interactions faibles pour analyser séparément les deux composants C et D = (AB) = ((1 2 3) (4 5)). La solution des sytèmes D et C fournira alors une description de la dynamique à moyen terme du système. Finalement, en réintroduisant les interactions faibles, nous obtenons le système :

	D	C
D	x	f
C	f	x

Le comportement de ce système compacté décrit le comportement de basse fréquence à long terme du système d'origine décomposé.

L'hypothèse de quasi-décomposabilité de l'univers physique est la base principale de notre compréhension : nous pouvons maintenant en voir la raison fondamentale. Dans tout système quasi-décomposable, nous pouvons choisir une bande de fréquences particulière et étudier le comportement du système juste au niveau d'agrégation correspondant à cet intervalle de fréquences. Les variables évoluant uniquement à des fréquences plus basses peuvent être considérées comme des constantes ; et les interactions faibles d'un système avec les autres, qui correspondent à ces fréquences plus basses, peuvent être ignorées. Les variables interagissant à l'intérieur des sous-systèmes à des fréquences plus hautes peuvent être agrégées, parce que leur dynamique à court terme les établira à l'équilibre pendant les intervalles d'observation. Ainsi, si notre monde est complexe,

il ne l'est pas vraiment autant qu'il devrait l'être. Il est si ordonné que nous n'avons pas à prendre en compte toutes ses interactions à la fois.

Une autre source de simplification de ces sortes de systèmes hiérarchiques que l'on trouve dans la nature ou qui sont produits artificiellement tient au fait que les composants, quelque soit le niveau considéré, appartiennent souvent à un nombre relativement petit d'espèces, les éléments d'une espèce donnée étant soit identiques, soit au minimum semblables pour une grande part. L'ensemble des types de composants qui sont utilisés comme éléments constitutifs d'un niveau quelconque d'un système hiérarchique peut être considéré comme l'alphabet de ce niveau. Ainsi les atomes sont constitués à partir de l'alphabet d'une petite douzaine (peut-être) de particules élémentaires ; les molécules à partir de l'alphabet d'une centaine d'atomes ; l'ADN à partir de l'alphabet de quatre nucléotides ; les protéines à partir de l'alphabet de 20 acides aminés, et ainsi de suite.

Le fait de limiter les blocs constitutifs d'un système à un petit alphabet entraîne la simplicité par la redondance. Pour comprendre la micro-structure, il n'est pas nécessaire d'analyser chaque sous-structure. Ainsi nous formulons une théorie pour l'atome de carbone, et puis nous utilisons celle-ci pour calculer le comportement de la myriade de systèmes organiques pour lesquels les chaînes d'atomes de carbone constituent l'épine dorsale.

Même quand les blocs constitutifs ne sont pas identiques, nous pouvons être capables de construire une théorie générale qui s'accorde avec beaucoup de leur comportement. Un des exemples les plus importants est celui de la théorie de la cellule ou les théories plus spécifiques de classes particulières de cellules, telles que les neurones. D'autres exemples importants de théories qui introduisent des simplifications lorsque nous postulons une typologie de composants, peuvent être trouvés dans les sciences sociales : les théories économiques notamment qui s'établissent à partir d'unités telles que «l'homme économique» ou «l'entreprise représentative».

Des résultats intéressants ont été obtenus, montrant que la stabilité dynamique d'une large classe de systèmes complexes dépend de la connexité de leurs constituants ; pour les bas niveaux de connexité ils seront stables, mais au-dessus d'un certain niveau ils deviendront subitement instables. Ce phénomène fut démontré par simulation par Gardner et Ashby, puis prouvé analytiquement par la suite par May [1].

A la suite de May, on considère qu'un système de n variables est régi par un ensemble non linéaire d'équations différentielles du premier ordre et nous déterminons son comportement au voisinage d'un point d'équilibre par les termes linéaires d'une série de Taylor :

$$dx/dt = Ax,$$

où x est un vecteur, et A une matrice de coefficients. Le système décrit par les équations sera stable à ce point d'équilibre si et seulement si toutes les valeurs-propres de A ont des parties réelles négatives. Maintenant supposons que les coefficients a_{ij} soient choisis aléatoirement de telle façon que, avec une probabilité de (1-C) ils valent zéro, et avec une probabilité de C ils soient différents de zéro. Supposons, de plus, que les éléments différents de zéro aient une distribution dont la valeur moyenne soit zéro et la valeur carré moyenne a. Alors on peut montrer que le système sera presque certainement stable (avec une probabilité proche de 1) si :

$$a(nC)^{1/2} < 1$$

et presque certainement instable dans le cas contraire.

Ce résultat montre que, parmi les systèmes ayant un haut degré d'interconnexion, seuls des systèmes très spécifiques seront stables. Du fait que les systèmes instables auront une existence uniquement éphémère, nous pouvons nous attendre à ce que la plupart des systèmes qui sont effectivement observés, aient des niveaux relativement bas de connexité entre leurs constituants.

4. Autres arguments pour l'agrégation

Dans beaucoup de systèmes complexes, l'analyse est très simplifiée par le fait que les influences sur chaque élément, de tous les autres éléments s'agencent de façon simple.

L'exemple le plus simple d'une telle loi d'agrégation est l'addition numérique. Ainsi, par exemple, le poids total sur un plateau est égal à la somme des poids des objets placés dessus. L'effet net ne dépend pas du tout du nombre des objets ou de la distribution de leurs poids propres.

Une loi de l'agrégation des influences légèrement plus compliquée est celle du parallélogramme des forces. Ici ce sont les composants suivant chaque dimension qui sont indépendamment additifs. Dans notre exemple précédent sur le système solaire, nous avons vu comment de simples lois sur la composition des forces permettaient, par exemple aux corps sphériques d'être remplacés dans l'analyse par des masses ponctuelles.

Les sources détaillées d'influence sur chaque élément, à travers les lois simples sur l'agrégation des influences, perdent leur identité. Les systèmes de marchés montrent une simplicité remarquable basée sur cette perte d'identité des interactions spécifiques.

Considérons un marché avec n fournisseurs et m acheteurs, où n et m peuvent être très grands. Les fournisseurs souhaitent maximiser leurs profits, et les acheteurs leurs utilités. Chaque fournisseur peut déterminer la quantité optimale de marchandises dans le but de livrer au marché en fonction d'un renseignement concernant un paramètre – le prix. Et chaque acheteur peut déterminer la quantité qu'il devrait acheter en fonction du même paramètre. Si le marché intègre un mécanisme de tâtonnement approprié, alors un excès de l'offre sur la demande fera baisser le prix, en incitant les acheteurs à acheter plus et les vendeurs à fournir moins. De la même façon, un excès de la demande sur l'offre fera augmenter le prix, incitant les acheteurs à acheter moins, et les vendeurs à fournir plus. Si les réactions d'ajustement ne sont pas trop inconstantes, le prix atteindra un équilibre qui assainira le marché équitablement.

Le point particulièrement intéressant dans cette main invisible familière est son économie d'information. Les offres Oi des fournisseurs individuels sont toutes rassemblées, par addition, en une quantité agglomérée, l'offre totale Qf. Les quantités demandées par les acheteurs, Ai sont toutes agglomérées de la même façon en Qd. Un seul paramètre, le prix, Pr, change en fonction de la différence entre ces deux agrégats. Le comportement de chaque fournisseur ou acheteur, et, par conséquent les quantités individuelles fournies ou demandées, change sous l'influence de ce seul paramètre. Pour un marché de n vendeurs et m acheteurs nous avons le type suivant de matrice d'incidence pour le système :

	O1	O2	..	On	Qf	Pr	Qd	A1	A2	..	Am
O1	x	-	..	-	-	x	-	-	-	..	-
O2	-	x	..	-	-	x	-	-	-	..	-
..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..
On	-	-	..	x	-	x	-	-	-	..	-
Qf	x	x	..	x	x	-	-	-	-	..	-
Pr	-	-	..	-	x	x	x	-	-	..	-
Qd	-	-	..	-	-	x	x	x	x	..	x
A1	-	-	..	-	-	x	-	x	-	..	-
A2	-	-	..	-	-	x	-	-	x	..	-
..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..
Am	-	-	..	-	-	x	-	-	-	..	x

où la $i^{ième}$ variable est influencée par la $j^{ième}$ si la $ij^{ième}$ entrée de la matrice est x.

Notons que cette sorte de mécanisme d'influence ne conduit pas seulement à une matrice d'interactions très peu dense, mais permet aussi de décrire en termes simplifiés le comportement des sous-systèmes constitutifs. Au lieu d'avoir à écrire la fonction d'offre par Oi (O1, O2, ..., On, A1, A2, ..., Am) nous pouvons écrire simplement, Oi (Pr), avec une simplification correspondante de la fonction de demande à Di (Pr).

Nous devons ajouter à cela un processus d'ajustement de la forme générale, dPr = F (Od-Os). Mais alors les quantités totales fournies et demandées seront aussi simplement des fonctions de Pr, Qf (Pr), et Qd (Pr), telles qu'elles nous permettent de limiter notre analyse, si nous le souhaitons, à la sous-matrice 3 x 3 représentant les interactions de ces trois variables.

Ainsi l'anonymat des interactions spécifiques conduit à une simplification très importante, non seulement du système global, mais aussi bien des fonctions décrivant les systèmes composants.

Une autre classe majeure de procédures d'agrégation est celle de la Loi des Grands Nombres. L'exemple principal du potentiel simplificateur de cette Loi est celui de la mécanique statistique, qui transforme l'énorme complexité d'un microsystème mécanique en la simplicité relative des régularités thermodynamiques macroscopiques.

Avec les processus stochastiques, nous simplifions la description de l'histoire d'un système dynamique en ignorant les trajectoires temporelles de ses divers éléments et en considérant uniquement leur distribution parmi les états du système et les probabilités de transfert d'un état à un autre. On obtient une autre simplification importante en considérant seulement les états d'équilibre de tels systèmes, qui peuvent souvent être calculés sans que l'on prenne en compte les trajectoires par lesquelles ils atteignent ces états.

Mais j'ai à peine besoin d'évoquer les applications quasi-innombrables de la Loi des Grands Nombres dans ses nombreuses formes comme un moyen simple de traitement agrégatif des systèmes complexes [3].

5. La complexité des structures de programme

Les grands programmes d'ordinateur sont eux-mêmes des structures complexes. Les programmeurs qualifiés ont toujours compris que l'on doit suivre certains principes en élaborant de tels programmes si l'on veut éviter la confusion et si l'on veut pouvoir les «déboguer».

Ces dernières années quelques uns de ces principes ont été explicités sous l'apellation de «programmation structurée».

La clé pour la compréhension des grands programmes est que l'on ne doit pas avoir trop de références croisées entre une partie du programme et les autres parties – c'est-à-dire, que l'interconnexité des diverses parties du programme doit être maintenue dans certaines limites.

Une des principales techniques pour y arriver est (1) de structurer le programme en une hiérarchie de sous-programmes, chaque module, pendant son exécution appelant lui-même des modules de niveau inférieur ; et (2) d'éviter, ou au moins de strictement limiter, les appels d'un module à un autre sauf à travers leurs intrants-extrants explicites. (Le terme «hiérarchie» ne devant pas être pris littéralement ici, car une partie des modules peuvent être récursifs, s'appelant eux-mêmes).

Chaque module (ou routine) dans un programme bien structuré, peut être caractérisé par les intrants qu'il demande, les extrants qu'il produit, et les transformations qu'il opère sur les intrants. Le langage interne utilisé dans ce module, sa manière de réaliser les transformations n'est pas significative pour le caractériser. Ainsi n'importe quel autre module dans le système peut appeler un module donné sans avoir à connaître sa structure interne ; toute la communication entre les modules est canalisée à travers leurs intrants-extrants.

Pareillement, n'importe quel module peut être modifié, (à condition que ses intrants-extrants et les transformations qu'il assure ne soient pas changés) sans aucun effet sur la performance du programme tout entier. Cette modularité autorise les modifications, c'est-à-dire, permet de rendre l'exécution du programme plus efficace, sans que chaque changement ne se propage dans tout le système et sans que d'autres changements ne soient rendus nécessaires ailleurs. Si nous examinons le comportement dynamique d'un tel système, nous trouvons un haut degré d'interaction entre les sous-programmes situés aux bas niveaux de la hiérarchie, et progressivement un degré plus bas d'interaction entre les sous-programmes aux niveaux plus élevés. Le système possède précisément les propriétés d'un système quasi-décomposable tel que nous en parlions précédemment.

Il est instructif de voir comment un tel programme préserve la transmission de l'information en l'utilisant «localement» dans des sous-programmes particuliers puis en détruisant tout sauf la sortie finale quand le module est exécuté. Supposons, par exemple, que nous avons écrit un sous-programme fermé pour effectuer des multiplications de type 4 x 4, en utilisant le même algorithme que celui que nous emploierions avec un papier et

un crayon. Le module fournirait successivement les quatre produits du multiplicande par chaque chiffre du multiplicateur, garderait trace temporairement de ces produits intermédiaires, les ajouterait enfin pour obtenir le résultat final, et finalement les effacerait. Le programme prendrait les 8 chiffres en entrée. Il fournirait un produit intermédiaire de 4 ou 5 chiffres, puis un autre amenant le total à 8 ou 10, puis un autre, et un autre. La mémoire devrait être dimensionnée pour 16 à 20 chiffres intermédiaires juste avant que l'addition finale soit réalisée, mais ceux-ci pourraient être effacés après, et seul le produit final de 8 ou 9 chiffres serait conservé.

Les choix sur la manière de segmenter le programme en sous-programmes sont largement fonction de ces considérations de transmettre uniquement une faible quantité d'informations entre les modules. Un sous-programme type prend une faible quantité d'informations en entrée, l'étend en une quantité plus importante nécessaire pour accomplir la transformation, et puis la compresse de nouveau en une faible quantité d'informations en sortie. C'est précisément à ces points de jonction où l'information engendrée peut être compactée en quelques symboles en sortie qu'il est intéressant de segmenter les modules.

Les programmes sont créés par l'activité consciente de réflexion créatrice d'un programmeur plutôt que par un processus d'évolution biologique (je parle de l'état de l'art actuel et laisse de côté les programmes comptables qui apprennent et les systèmes de programmation automatiques). Dans de tels systèmes créés délibérément, les besoins du programmeur en simplicité conceptuelle et clarté renforcent la hiérarchie de la même façon qu'elle l'est par les processus de sélection naturelle des systèmes évolutifs.

Dans les deux cas, les structures résultantes seront généralement des structures hiérarchiques quasi-décomposables.

6. Conclusion

Le thème général de cet article a été que nous n'avons pas de raison de désespérer face à la complexité, ou d'imaginer un degré de complexité dans la nature, qui n'existe pas. Nous surestimons la complexité des systèmes réels quand nous comptons simplement le nombre de leurs éléments et le nombre des interactions possibles parmi ces éléments. Le monde est en grande partie vide ou peuplé de façon clairsemée ; la plupart des interconnexions potentielles entre les choses sont carrément absentes, ou, si elles existent, sont d'importance négligeable. Les systèmes qui existent dans la nature sont principalement hiérarchiques et quasi-décomposables.

Même quand de grandes quantités d'éléments exercent des influences sur d'autres, ces influences peuvent souvent être approximées en les agrégeant de façons simples, par sommation arithmétique par exemple.

La simplicité, bien sûr, est une question de degré. Le système atmosphérique entourant notre Terre est suffisamment complexe pour que, en le modélisant avec nos plus gros ordinateurs, nous ne soyons toujours capables que de prédire les plus grandes tendances de notre climat, et tout juste en temps réel. Les ordinateurs les plus rapides et les puissants outils de recherche opérationnelle et d'analyse numérique ne suffisent pas pour nous expliquer tout ce que nous voulons savoir sur quelques-uns des systèmes complexes qui nous intéressent.

Toutes nos difficultés dans la compréhension du monde qui nous entoure ne doivent cependant pas être toujours attribuées à la complexité. Certaines d'entre elles proviennent non pas de la complexité des systèmes, mais de l'impossibilité de sonder leurs mécanismes élémentaires. Les déconvenues récentes que nous avons eues dans les modèles prévisionnels utilisés pour guider la politique économique peuvent être dues à la complexité intrinsèque du système économique. D'un autre côté, elles peuvent aussi venir du fait que nous avons introduit des hypothèses fausses dans les modèles simples que nous utilisons.

L'espèce humaine a survécu et proliféré dans le monde, aussi simple ou complexe qu'il soit, pas tellement grâce à la vitesse et à la puissance de ses capacités de calcul, mais surtout en exploitant le fait que les systèmes qui l'intéressent représentent des cas très spéciaux qui peuvent souvent être analysés par des moyens relativement simples, à condition que leur structure sous-jacente soit détectée. Ceci milite pour une stratégie de recherche de ces structures d'induction de modèle-organisé et organisant : une aptitude qui semble très développée dans le monde animal – suivie par une analyse spécifique de recherche de résolution heuristique, plutôt que par une analyse brutale de classes très générales de systèmes complexes hautement interconnectés.

Notes

[1] Le Professeur Suppes [6] nous rappelle que je n'ai pas épuisé la liste des significations possibles du terme «complexité». Il mentionne notamment la complexité géométrique (la complexité qui apparaît quand nous passons de systèmes discrets à des systèmes continus), la complexité telle qu'elle est mesurée par la profondeur

logique au sens de Hintikka, et la complexité des démonstrations mesurées par les caractéristiques structurelles de leurs graphes.

[2] Il peut, bien sûr, y avoir eu des raisons légitimes supplémentaires pour que le système solaire soit comme cela – bien que, même aujourd'hui, nous ne les connaissions pas.

[3] Dans ses commentaires, le Professeur Suppes s'interroge sur mes vues sur la relation entre la complexité et le hasard. Les trois paragraphes précédents constituent une partie de ma réponse. Ces dernières années, Chaitin et d'autres ont développé une théorie sur les séquences aléatoires qui met en équation le hasard avec l'impossibilité de représenter une séquence par une formule qui soit plus courte que la séquence elle-même. Bien que avec cette définition, le hasard pour une séquence donnée dépende du schéma de codage spécifique employé, des théorèmes intéressants ont été obtenus, valables pour tous les schémas de codage, concernant la fréquence relative des séquences aléatoires parmi toutes les séquences possibles. Pour cette théorie des séquences aléatoires, on peut constater que hasard veut dire complexité.

[4] Ma seule querelle sérieuse – mais elle l'est vraiment – avec l'excellent texte du Professeur Nelson [2] – concerne l'échec, à ce qui me semble, du modèle écologique établi pour le lac Erié à profiter suffisamment des nombreuses opportunités de simplification qui sont mises en avant ici. Ma propre expérience de la modélisation de l'environnement, obtenue lors de mon appartenance au «Comité Consultatif Scientifique du Président», et comme Président du «Comité de Contrôle de la Qualité de l'Air» de l'Académie Nationale des Sciences, me persuade que de telles questions sont mieux analysées, en vue d'une politique d'information publique, avec des modèles simples, grossiers. J'ai au moins cinq objections concernant le modèle du lac Erié.

Premièrement, il me semble qu'il n'existe pas de raison pratique expliquant pourquoi les quatre sous-modèles principaux ont besoin d'être fortement liés ; un modèle agrégé de la liaison serait pleinement satisfaisant pour les besoins de la recherche.

Deuxièmement, le modèle réellement construit pose plus de questions subtiles sur notre compréhension des mécanismes sous-jacents (économique, chimique, ou biologique) que celles auxquelles la connaissance scientifique actuelle permet probablement de répondre.

Troisièmement, il n'y a pas d'intérêt pratique d'établir des scénarii année par année. L'analyse à l'état d'équilibre semblerait largement suffisante et serait de plusieurs ordres de grandeur plus simple en termes de calcul.

Quatrièmement, les instruments disponibles pour améliorer la situation, même s'ils sont puissants, sont si grossiers qu'ils rendent plutôt futile la modélisation des détails du système : ceux-ci ne peuvent pas être modifiés indépendamment au même degré de détail.

Cinquièmement une action d'amélioration peut toujours être entreprise sur une base incrémentale avec feedback, pour qu'ainsi nous n'ayons pas besoin de prédire avec exactitude l'importance des effets. Une politique de nettoyage du lac Erié par identification et élimination des sources principales de phosphate, grossièrement ordonnées par coût de suppression et se prolongeant jusqu'à ce que les conditions dans le lac commencent à s'améliorer rapidement, ne serait pas très loin du compte. Une telle stratégie a été extrêmement réussie dans la solution des problèmes d'eutrophisation du lac Menona et du lac Washington. Bien que l'ingénierie empiète sur la science, nous ne devrions pas confondre les deux. Si nous souhaitons enquêter scientifiquement sur la théorie de la prolifération des algues, nous devrions l'étudier au sein de sous-systèmes ayant un haut degré d'isolement et d'indépendance.

Si nous voulons améliorer l'environnement, nous devrions utiliser des modèles simples, grossiers, très synthétiques qui ne sont pas plus élaborés que les instruments de la politique que nous voulons appliquer. La thèse unique de cet article est de monter qu'il n'est pas nécessaire d'étudier toute chose dans sa relation compliquée et entière avec ce qui l'entoure. J'appliquerai cette thèse ici pour établir une simplification radicale du Modèle du Lac Erié.

Références

[1] MAY, Robert M., «Will a Large Complex System be Stable ?» («Un Grand Système Complexe sera-t-il Stable ?») Nature 238 (1972), pp. 413-414.

[2] NELSON, R. J., «Structure of Complex Systems.» («Structure des Systèmes Complexes») dans PSA 1976, Volume 2. Edité par F. SUPPE et P. D. ASQUITH. East Lansing : Philosophy of Science Association, 1977, pp. 523-542.

[3] RAMSEY, Diane M., (Ed) Information and Control Processes in Living Systems (Processus d'Information et de Contrôle dans les Systèmes Vivants). New York : New York Academy of Sciences, 1967.

[4] SIMON H.A., The Sciences of the Artificial. Cambridge : MIT Press, 1969, 2d Ed. (augmentée) 1981. Une traduction française de la seconde édition paraît chez Dunod, Paris, 1990.

[5] ... et ANDO A., «Aggregation of Variables in Dynamic Systems.» («Agrégation des Variables dans les Systèmes Dynamiques»). Econometrica 29 (1961), pp. 111-138.

[6] SUPPES, P., «Some Remarks About Complexity» («Quelques Remarques sur la Complexité»), dans PSA 1976, Volume 2. Edité par F. SUPPE et P. D. ASQUITH. East Lansing : Philosophy of Science Association, 1977, pp. 543-547.