

**Revue Internationale de**

ISSN 0980-1472

**systemique**

SYSTÉMIQUE ET COMPLEXITÉ

Vol. 4, N° 2, 1990

**afcet**

**Dunod**

**AFSCET**

**Revue Internationale de**  
**systemique**

**Revue**  
**Internationale**  
**de Sytémique**

volume 04, numéro 2, pages 239 - 243, 1990

Sur la complexité d'un système  
relativement à un observateur

Robert Vallée

Numérisation Afscet, janvier 2016.



Creative Commons

centripète mais emprunte mille détours de telle sorte qu'on pourrait plutôt parler d'une méthode «initiatique», non sans analogie avec le travail opéré auprès des maîtres du Zen, on pourrait aussi la comparer au processus de la création artistique.

Cet abord de la complexité peut apparaître imprécis, flou, voire vertigineux. Il n'est en tout cas pas dépourvu de rigueur et d'exigence.

## SUR LA COMPLEXITÉ D'UN SYSTÈME RELATIVEMENT À UN OBSERVATEUR

Robert VALLÉE  
Université Paris-Nord <sup>1</sup>

---

### Résumé

Un premier aspect possible de la complexité est associé à la relation qui s'établit entre un sujet, connaissant et agissant, et un objet en interaction avec lui. De cette relation émerge le sentiment éventuel de complexité que le sujet ressent et qu'il attribue à l'objet. La complexité d'un même objet est relative au sujet avec lequel il est en interaction, aux capacités de connaissance et d'action de ce sujet. La complexité apparaît comme relation.

Un autre aspect de la complexité concerne l'ensemble des états possibles de l'objet, ensemble sur lequel peut être, dans certains cas, définie une densité de probabilité. On considérera qu'un tel système est d'autant plus complexe que son état est moins bien spécifié. Il y aura là une complexité naturelle du système et conjointement une complexité subjectivement perçue par un observateur.

Il y a bien des façons d'aborder le problème de la complexité. On peut penser en particulier qu'elle résulte, au moins en partie, des capacités de perception et d'action du sujet qui porte le jugement de complexité, perception qu'il a de lui-même et de son environnement, action qu'il effectue sur lui-même et son environnement. Cette conception est liée à une vision constructiviste (Vallée, 1987) que nous n'aborderons pas ici, elle peut aussi conduire à une relativisation de la complexité soit qu'on l'envisage comme relation, soit qu'on la rende tributaire d'une certaine subjectivité.

1. 1, avenue J.-B. Clément, F-94430 Villetaneuse.

### 1. La complexité comme relation

Le premier point de vue que nous proposons met l'accent sur un aspect relatif de la complexité et fait intervenir un sujet et un objet.

La complexité perçue d'un objet dépend de la finesse de l'observation du sujet, du niveau de résolution auquel il se place. Prenons l'exemple, schématisé, de l'étude très macroscopique d'un gaz. Une première attitude consiste à ne vouloir faire intervenir aucun élément constituant qui ne tombe immédiatement sous nos sens, donc à choisir une finesse d'observation très rudimentaire. Ce choix entraîne une simplicité conceptuelle de départ qui se paye aussitôt par la nécessité de faire intervenir des lois globales reliant les différentes caractéristiques d'un état qu'il faut définir (par exemple  $pV = RT$  pour prendre le cas le plus facile). Une autre attitude, faisant intervenir un niveau de résolution plus raffiné, consiste à faire intervenir des «molécules» du type billes susceptibles de chocs élastiques. Le gaz paraît alors plus complexe que dans le premier cas, ne serait-ce que par le très grand nombre des «molécules» impliquées, mais une relation du type  $pV = RT$  apparaît comme conséquence, par la théorie cinétique, d'interactions relativement simples au niveau local. Il y a un déplacement de la complexité : de l'introduction nécessaire, dans le premier cas, d'une relation  $pV = RT$  à l'intervention, dans le second cas, d'un très grand nombre de «molécules» interagissant de façon assez simple. Le changement d'attitude de l'observateur a été déterminant dans le changement de complexité perçue. Ce changement d'attitude est un changement dans la relation, ne serait-ce que conceptuelle, entre sujet observant et objet observé (ici le gaz).

Il semble que l'on puisse aller plus loin dans cette voie et dire que la complexité de l'objet est le nom donné à une relation entre l'objet et le sujet. Cette relation de complexité résulte de la comparaison du flux informationnel et comportemental, émanant, à un instant donné, de l'objet et du flux, informationnel et comportemental, que le sujet est capable, au même instant, d'aborder et de traiter. Si le flux émanant de l'objet dépasse, à un instant, le flux que le sujet est capable d'appréhender, il émerge chez le sujet un sentiment de complexité, complexité qu'il attribue à l'objet. Sinon le sujet considère l'objet comme intelligible, maîtrisable et même simple. Dans le premier cas le sujet, observant et agissant, ne peut totalement faire face à la situation, il se déclare «dépassé» tant du point de vue de la compréhension que de la maîtrise pragmatique, l'objet lui apparaît inintelligible, imprévisible, «complexe». On voit intervenir ici la «limite des

capacités cognitives» du sujet (Simon, 1969). La relation de complexité (ou de simplicité) peut varier avec le temps, un objet jugé complexe par un sujet, à un instant donné, peut, plus tard, être vu comme simple, car objet et sujet varient. D'autre part un même objet, jugé complexe par un sujet donné, peut être considéré comme simple par un autre. D'où la relativité de la complexité. Cette relativité peut être liée au concept de «diversité nécessaire» (Ashby, 1956) en disant qu'un objet est jugé complexe par un sujet si, à un instant donné, la diversité de ses moyens de connaissance et d'action est insuffisante pour affronter de façon efficace la diversité dont dispose l'objet. La relation de complexité que nous avons essayé de définir, peut, si l'on ordonne les flux dont nous avons parlé, conduire à une relation d'ordre (non totale) relativement à un sujet donné. La considération de deux sujets en interaction conduirait à des conceptions analogues (Vallée, 1988).

### 2. Complexité et subjectivité

Considérons un objet (système) susceptible de prendre l'un quelconque de  $N$  états, avec la même probabilité. On peut, de ce simple point de vue, estimer que  $N$  est une mesure de sa complexité. Mais l'association de deux systèmes de ce genre, indépendants, l'un ayant  $N_1$  états possibles et l'autre  $N_2$ , conduit à un système résultant ayant  $N_1 N_2$  états possibles. Dans le but d'attribuer, dans ce cas simple, un caractère additif à la complexité on est amené à proposer  $\log_2 N$  comme mesure de la complexité (le choix de la base 2 n'étant pas une nécessité). Il s'agirait là d'une complexité absolue. Mais cette complexité est-elle accessible à la connaissance d'un sujet observateur ? Cela dépend de la finesse de ses capacités, de son pouvoir de discrimination. Si l'on introduit un «opérateur d'observation»  $O$  (Vallée, 1951), ici très simple, appliquant l'ensemble des états dans l'ensemble des états tels qu'ils sont perçus, on voit que la complexité absolue est accessible seulement si l'opérateur  $O$  est bijectif. Sinon, ce qui peut être considéré comme le cas le plus courant en pratique, il y a perte d'information et le nombre des états perçus comme distincts est le nombre  $N'$  des classes d'équivalence définies par  $O$ , nombre inférieur strictement à  $N$ . Si donc  $E$  est l'ensemble des états,  $R$  la relation d'équivalence définie par  $O(x_1) = O(x_2)$ ,  $E/R$  l'ensemble quotient de  $E$  par  $R$  (ensemble des classes d'équivalence), on a, si  $C_0$  est la complexité perçue par le sujet muni de l'«opérateur d'observation»  $O$  et  $C$  la complexité absolue

$$C_0 = \log_2 \text{card}(E/R) \leq \log_2 \text{card}(E) = C,$$

où card (E/R) est le nombre  $N'$  des éléments de E/R (nombre des classes d'équivalence), card (E) le nombre  $N$  des éléments de E. On voit que  $C_0 \leq C$  et on a une formulation, un peu schématique sans doute, de la relativité de la complexité.

Des considérations analogues peuvent être développées dans le cas où les  $N$  états possibles sont affectés de probabilités  $p_1, p_2, \dots, p_N$ , non nécessairement égales à  $1/N$ . La complexité absolue devient :

$$C = - \sum_{i=1}^N p_i \log_2 p_i,$$

ce qui donne à nouveau  $\log_2 N$  si les  $p_i$  sont égaux. La complexité perçue  $C_0$  s'écrit :

$$C_0 = - \sum_{k=1}^N p'_k \log_2 p'_k \leq C,$$

où  $N' \leq N$  est encore le nombre des classes d'équivalence de la relation  $R$  induite par l'opérateur  $O$  et  $p'_k$  la probabilité affectée à la classe d'équivalence  $k$  (somme des probabilités des états qui la composent).

La passage au cas de la complexité, absolue ou perçue, d'un système (objet), maintenant dynamique et susceptible d'occuper des états formant un espace vectoriel  $E$ , est possible en définissant sa complexité par :

$$C = - \int_E s(x) \log_2 s(x) dx,$$

où  $s(x)$  est la densité de probabilité de présence de l'état du système  $x \in E$  (avec l'inconvénient classique résultant de la non-invariance de  $C$  par changement de représentation d'état). Si l'on se place donc dans le cas d'un système (objet) dynamique dont l'évolution est décrite par un système différentiel linéaire (sans intervention d'un environnement, pour simplifier) :

$$dx(t)/dt = A(t)x(t),$$

où l'état  $x(t)$ , à l'instant  $t$ , est perçu par un sujet observateur, muni de l'«opérateur d'observation»  $O$ , sous la forme :

$$y(t) = (Ox)(t) = \int_0^{\infty} C(t, u) x(t-u) du,$$

où  $C$  est une matrice carrée, on est conduit (Vallée, 1986, dans un contexte plus général et purement informationnel) à des conclusions faisant intervenir la «subjectivité» attachée à l'opérateur  $O$ . La complexité perçue à l'instant  $t$  peut en effet se mettre sous la forme :

$$C_0(t) = C(t_0) + C_1(t_0, t) + C_2(t),$$

où  $C(t_0)$  est la «complexité absolue» à l'instant  $t_0$ ,  $C_1(t_0, t)$  la «variation dynamique de la complexité absolue» de  $t_0$  à  $t$ ,  $C_2(t)$  la «contribution due au processus observationnel» lui-même. En d'autres termes on peut écrire :

$$C_0(t) = C(t) + C^*(t);$$

à l'instant  $t$  la complexité perçue  $C_0(t)$  est égale à la complexité absolue  $C(t) = C(t_0) + C_1(t_0, t)$  complétée par une contribution  $C^*(t) = C_2(t)$  «subjective», due à l'observation elle-même.

### Références

- VALLÉE R. (1951), «Sur deux classes d'opérateurs d'observation», C. R. Acad. Sci, Paris, t. 233, pp. 1350-1351.
- ASHBY W. R. (1956), An introduction to cybernetics, Chapman and Hall, Londres.
- SIMON H. (1969), The science of the artificial, MIT Press, Cambridge, É.-U. ; trad. fr. J.-L. Le Moigne, Epi Editeurs, Paris, 1974.
- VALLÉE R. (1986), «Information entropy and state observation of a dynamical system» in Uncertainty in knowledge-based systems, sous la dir. de B. Bouchon et R. R. Yager, Springer, pp. 403-405.
- VALLÉE R. (1987), «Sur les «éléments propres» de Heinz von Foerster», Rev. Intern. Systémique, vol. 1, n°1, pp. 37-46.
- VALLÉE R. (1988), «Relativité de la complexité», Interkibernetik 88, Saint Marin.